

- in Education and Science, vol. 19, no. 1, pp. 15–27. <https://www.eriesjournal.com/index.php/eries/article/view/2204> (in English)
- [6] Dembitska, S., Kuzmenko, O., Savchenko, I., Demianenko, V., & Hanna, S. (2024). Digitization of the Educational and Scientific Space Based on STEAM Education. In: Auer, M.E., Cukierman, U.R., Vendrell Vidal, E., Tovar Caro, E. (eds) Towards a Hybrid, Flexible and Socially Engaged Higher Education. ICL 2023. Lecture Notes in Networks and Systems, vol 901. https://www.researchgate.net/publication/378024181_Digitization_of_the_Educational_and_Scientific_Space_Based_on_STEAM_Education (in English)
- [7] Onyshchenko, V. V., Havrylenko, O. V., & Myahkyi, M. Yu. (2025). Metody analizu danykh ta mashynnoho navchannia v informatsiino-upravliaiuchykh systemakh [Elektronnyi resurs]: Kurs leksii. Chastyna 2: navch. posib. dlia zdobuvachiv stupenia bakalavra za spets. 126 – «Informatsiini systemy ta tekhnolohii» / KPI im. Ihoria Sikorskoho; uklad.: V. V. Onyshchenko, O. V. Havrylenko, M. Yu. Myahkyi – Elektron. tekst. dani (1 fail). – Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho. – 318 s. <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/2d9b9e6a-3ae9-460a-a81e-8eefaa1f16fe/content>
- [8] Horokhovatskyi, V. O., & Tvoroshenko, I. S. (2021). Metody intelektualnoho analizu ta obroblennia danykh: navch. posib. Kharkiv: KhNURE. 92 s. <https://openarchive.nure.ua/entities/publication/97cb0923-d711-4d14-afca-56d3f092b562> (in Ukrainian)
- [9] Kyrylashchuk, S. A., Bondarenko, Z. V., Klochko, V. I., & Khomiuk, I. V. (2022). Zastosuvannia znakovy-symvolichnoho pidkhodu u protsesi formuvannia profesiinykh kompetentnosti studentiv vyshchykh tekhnichnykh navchalnykh zakladiv. *ITKI*, 53(1), 91–100. (in Ukrainian)
- [10] O. Aouedi, T. Vu, A. Sacco, D. Nguyen, K. Piamrat, G. Marchetto, Q. Pham. (2024). A Survey on Intelligent Internet of Things: Applications, Security, Privacy, and Future Directions. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 56 p. <https://doi.org/10.1109/COMST.2024.3430368> (in English)
- [11] L. Tawalbeh, F. Muheidat, M. Tawalbeh, M. Quwaidar. (2020). IoT Privacy and Security: Challenges and Solutions. *Applied Sciences*, Vol. 10(12),. 17 p. <https://doi.org/10.3390/app10124102> (in English)
- [12] Reheda, Yu., & Reheda, V. (2024). Vplyv tsyfrovoyi evolyutsiyi na informatsiyni tekhnolohiyi. *Kompiuterno-intehrovani tekhnolohiyi: osvita, nauka, vyrobnytstvo*, (56), 269–275. <https://cit.lntu.edu.ua/index.php/cit/article/view/630> (in Ukrainian)

Надійшла до редакції / Received: 05.12.2025

Схвалено до друку / Accepted: 26.01.2026

УДК 004:51(045)

DOI: 10.31652/2412-1142-2026-79-83-92

Гусак Людмила Петрівна

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри інноваційної економіки та цифрових технологій,
Вінницький торговельно-економічний інститут ДТЕУ,
м. Вінниця, Україна
ORCID ID: 0000-0002-0022-9644
gusak-lyudmila@ukr.net

Радзіховська Лариса Миколаївна

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри інноваційної економіки та цифрових технологій,
Вінницький торговельно-економічний інститут ДТЕУ,
м. Вінниця, Україна
ORCID ID: 0000-0003-0185-8036
larirad@ukr.net

ОСОБЛИВОСТІ ВИКОРИСТАННЯ GEOGEBRA В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ВИЩОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Анотація. У статті розглянуто особливості інтеграції інтерактивного геометричного середовища GeoGebra у процес вивчення вищої та прикладної математики в закладах вищої освіти. Підкреслено важливість адаптації цього динамічного математичного середовища до сучасних освітніх потреб. Проаналізовано можливості платформи GeoGebra як інструменту для візуалізації математичних понять, моделей і залежностей, розв'язання задач і моделювання прикладних

проблем. Висвітлено переваги інтеграції середовища у процес викладання тем прикладного характеру (моделювання функцій, кривих другого порядку) та теоретичного характеру (аналітична геометрія). Окрему увагу приділено тому, що GeoGebra дозволяє продемонструвати студентам математичний об'єкт, залежно від обраного підходу вивчення поняття. Завдяки своїм інтерактивним функціям GeoGebra дає можливість викладачам створювати візуальні представлення, проводити вимірювання та досліджувати геометричні властивості, сприяючи глибшому розумінню геометричних понять. Водночас це потребує методичної підготовки, активного залучення студентів, технологічної підтримки й свідомого балансу між абстракцією та візуальним представленням. Досліджено, що специфічними педагогічними та методичними умовами ефективного використання GeoGebra є наочність, інтерактивність, активізація дослідницької й проєктної діяльності студентів, самостійність, зміна традиційної ролі викладача і студента. А це спонукає до зростання мотивації й зацікавленості студентів, підвищення рівня засвоєння та застосування знань, формування ІКТ-компетенцій.

У результаті підкреслено, що систематичне застосування GeoGebra у навчанні вищої й прикладної математики сприяє поглибленому розумінню теоретичного матеріалу, розвитку візуального й аналітичного мислення, формуванню практично орієнтованих навичок моделювання, а також підвищенню мотивації до вивчення математики.

Ключові слова: візуалізація, вища та прикладна математика, геометричне середовище GeoGebra, інтерактивність, інформаційні технології.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Нині відбувається активний розвиток інформаційних технологій. Вони знайшли своє застосування майже в усіх сферах людського життя, у тому числі й в освітньому процесі закладів вищої освіти. У зв'язку з цим зросли вимоги до випускників економічних спеціальностей і напрямів підготовки в ІТ-галузі.

Сучасний випускник повинен мати багаж математичних знань, який дозволить йому створювати власні програмні засоби, а також застосовувати програмне забезпечення для виконання професійних завдань.

Теми курсу вищої та прикладної математики викликають певні труднощі у сприйнятті та розумінні навчального матеріалу в студентів-першокурсників. З одного боку, труднощі щодо вищої математики викликані недостатньою шкільною математичною підготовкою абітурієнтів. З іншого боку, в курсі вищої та прикладної математики переважають складні, абстрактні математичні поняття, на вивчення яких, відповідно державним освітнім стандартам вищої освіти, визначено 30 відсотків аудиторних годин від загальної кількості годин, відведених для вивчення освітнього компонента.

В даний час існує велика кількість різних комп'ютерних програм освітнього призначення (Mathematica, Maple, Mathcad, GeoGebra, MatLAB), які сприяють створенню необхідної візуалізації математичних абстрактних понять. Безсумнівно, вони мають потенціал для сприяння активному підходу до навчання, дозволяють студентам проводити дослідження та консолідувати свої власні знання, тим самим розвиваючи концептуальне й геометричне розуміння та глибший підхід до навчання. Завдяки цим математичним програмним комплексам викладання вищої та прикладної математики можна зробити набагато цікавішим, винахідливішим і дослідницьким.

Програмні математичні комплекси пропонують можливість представити нові підходи, які допоможуть студентам і викладачам краще зрозуміти математичні концепції. Вони можуть бути використані для зміни акценту навчання та викладання математичних дисциплін, застосування нових методів під час рутинних символічних обчислень, а також з обчисленнями, пов'язаними зі спеціалізованими результатами експериментальних даних.

Міжнародний досвід у багатьох розвинених країнах щодо використання комп'ютерних програмних комплексів у галузі викладання та вивчення математики показав, що застосування цих комплексів значною мірою покращує засвоєння матеріалу та отримання нових знань і вмінь щодо математичних дисциплін у закладах вищої освіти. Студенти, які користуються всією силою та універсальністю комп'ютерних обчислювальних програм, мають безперечну перевагу в сучасному світі, який вже важко уявити без сучасних технологій.

Ми ж у своєму дослідженні акцентуємо увагу на використанні інтерактивного середовища GeoGebra у процесі вивчення вищої та прикладної математики.

GeoGebra широко використовується в освітніх установах по всьому світу для підтримки математичної освіти. GeoGebra – це кросплатформне програмне забезпечення, яке працює на різних операційних системах (Windows, macOS, Linux) і мобільних пристроях (iOS, Android) [1].

Вагомим аргументом щодо упровадження системи динамічної математики в процес навчання математики є вільнопоширюваність програмного продукту, над яким працює інтернаціональна команда програмістів і користувачів програми, серед яких є вчителі та їх учні, студенти та викладачі, науковці та дослідники [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанню використання у навчальному процесі інтерактивного геометричного середовища GeoGebra під час вивчення освітнього компонента «Вища та прикладна математика» присвячено багато праць українських вчених та викладачів. Так, І. Гулівата [3], відмічає, що розроблені комп'ютерні моделі засобами GeoGebra призначені для проведення автоматизації розрахунків, віртуального експерименту, здійснення графічного аналізу даних; надають можливість подати цікаво та просто складний математичний матеріал без втрати основного змісту, що в цілому сприяє підвищенню пізнавальної активності студентів та викликає інтерес до навчання. В. Дубовик [4], Т. Поліщук [5], Л. Тютюн [6] у своїх дослідженнях відмічають, що GeoGebra – це динамічне математичне програмне забезпечення для всіх рівнів освіти, яке об'єднує геометрію, алгебру, електронні таблиці, графіки, статистику та обчислення в одне ціле.

Багатьма закордонними дослідниками було вивчено переваги та недоліки використання комп'ютерних програм у викладанні вищої та прикладної математики. Зокрема, М. Lainufar, М. Mailizar, R. Johar [7], відмічають, що Geogebra є одним із найпотужніших інструментів, доступних для побудови графіків функцій, який дозволяє користувачам легко створювати графіки та маніпулювати ними. W. Xing, H. Pei, J. Shang [8], взявши за приклади межі числового ряду, формулу Тейлора та обертові поверхні, перетворюючи абстракцію на конкретне, статику на динамічне, комбінацію чисел і форм, а також кількісні дослідницькі задачі, відмічають, що GeoGebra використовується для реалізації візуалізації навчального змісту вищої математики. А. Samura [9], R. Yuliardi [10], R. Owusu, E. Vonyah [11] та інші у своїх дослідженнях відмічали, що GeoGebra служить цінним інструментом для викладачів вищої математики, підтримуючи викладання абстрактних понять у вимірюванні та геометрії, взаємозв'язках та алгебрі, а також статистиці та теорії ймовірностей.

Мета статті. Визначити можливості використання інтерактивного середовища GeoGebra у процесі вивчення вищої та прикладної математики; запропонувати методичні підходи та приклади використання цього програмного середовища під час візуалізації математичних об'єктів; довести ефективність його застосування для підвищення наочності, дослідницької діяльності студентів і якості засвоєння математичних понять.

2. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сучасний освітній процес, що проходить в умовах інформатизації, потребує суттєвого розширення набору електронних засобів навчання. Комп'ютерні програми, як правило, дозволяють виконувати всі можливі алгебраїчні обчислення, геометричні побудови різних математичних об'єктів, мають можливості анімації.

Серед програм освітнього призначення особливо широко використовується інтерактивне геометричне середовище GeoGebra, яке надає широкі можливості для виконання аналітичних перетворень, дослідження функціональних залежностей між величинами, виконання графічних побудов та є ефективним засобом навчання оскільки:

- по-перше, має широкий набір інструментів, що дозволяють виконувати чисельні розрахунки, аналітичні перетворення та отримувати розв'язки математичних завдань у символічному та числовому вигляді. Це дозволяє використовувати програму GeoGebra для

перевірки правильності отриманих результатів розв'язання математичних завдань, проведення громіздких розрахунків під час розв'язування, оцінки ймовірності випадкових подій, обробки великих масивів емпіричних даних;

- по-друге, дозволяє візуалізувати математичні поняття, фрагменти розв'язання задач, а також результати їх вирішення. Робота у вбудованих режимах 3D Calculator і Graphic не вимагає від студентів наявності спеціальних умінь і знань. Щоб виконати графічну побудову математичного об'єкта, достатньо в командному рядку ввести у символічному вигляді аналітичний вираз, що визначає цей об'єкт. Простота застосування робить програму GeoGebra зручним засобом побудови графіків функцій, поверхонь, областей визначення функцій однієї або двох незалежних змінних, області інтегрування, площі фігури;

- по-третє, сприяє формуванню у студентів математичної грамотності, завдяки необхідності вводити аналітичні вирази функцій, логічні вирази, символічні записи диференціальних рівнянь тощо, у тому вигляді, який прийнятий у відповідному розділі математики;

- по-четверте, за допомогою великої бібліотеки функцій, засобами GeoGebra можуть бути виконані аналітичні та чисельні розрахунки під час виконання окремих етапів розв'язування практико-орієнтованих завдань з різних розділів математики.

Зупинимось детальніше на використанні електронного ресурсу GeoGebra як графічного калькулятора, на якому можливо здійснити побудову:

- графіків функцій у декартовій системі координат (розділ «Graphing»);
- функцій у тривимірній площині (розділ «3D Calculator»);
- різних геометричних фігур (розділ «Геометрія»).

У розділі «Graphing» вводиться деяка функція, наприклад, «кубічна» парабола ($y=x^3$). Графік функції зображується у прямокутній системі координат (рис. 1).

Як приклад, можна продемонструвати виявлення точок перетину двох функцій: «кубічної» параболи ($y=x^3$) та звичайної параболи ($y=x^2$) на рисунку 1. Точки перетину на рисунку позначені $A(0;0)$ і $B(1;1)$.

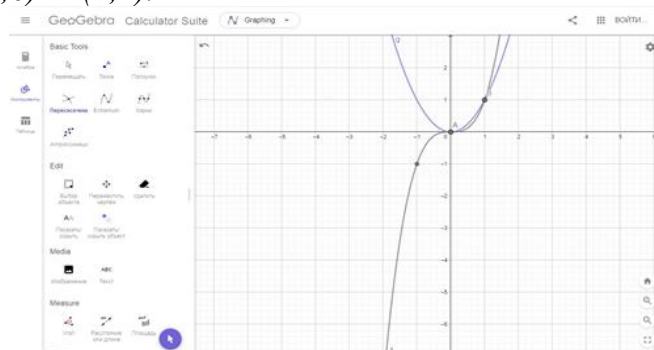


Рис. 1. Демонстрація перетину функцій $y=x^3$ та $y=x^2$ в середовищі GeoGebra

Розділ «3D Calculator» дозволяє не тільки показати у тривимірному просторі графіки функцій із двома змінними, а й розглянути інакше двовимірні графіки функцій.

На прикладі тієї ж функції, графік її з однією змінною в просторовій системі координат буде показаний так само, як і в декартовій системі координат, але з тією різницею, що знаходиться в положенні «лежачи» (оскільки вісь аплікат не задіяна у функції).

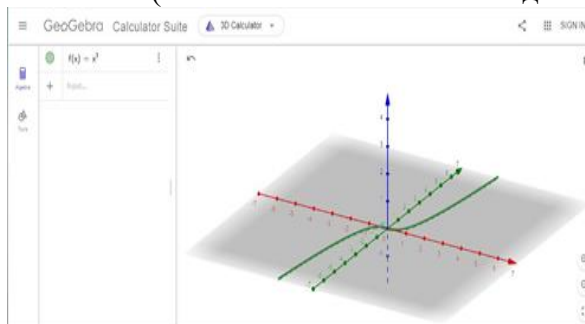


Рис. 2. Функція $y=x^3$ у просторовій системі координат в середовищі GeoGebra

У тривимірному просторі (з введенням другої змінної) з'являються зовсім інші функції, які більше нагадують фігури.

Зокрема, функції $f(x)=x^2$ та $f(y)=y^2$ є параболою. Однак, якщо їх умовно «просумувати», то в такому разі функція матиме вигляд $f(x,y)=x^2+y^2$ і являтиме собою параболоїд обертання. Графік функції $f(x,y)=x^2+y^2$ показаний на рисунку 3.

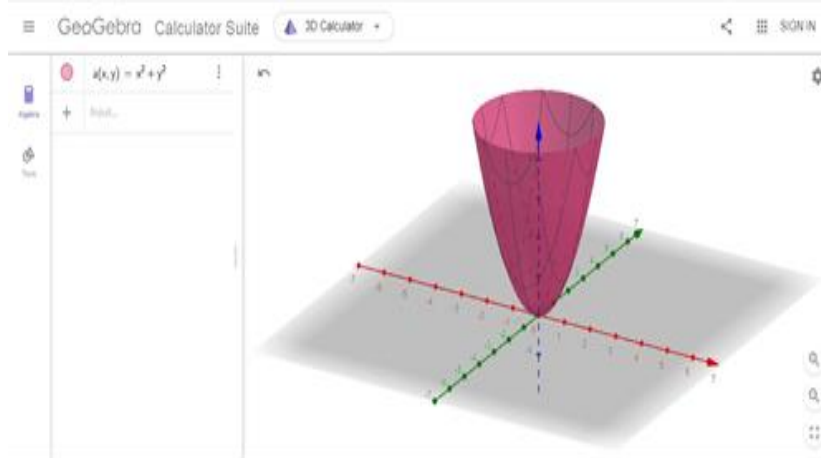


Рис. 3. Параболоїд обертання в середовищі Geogebra

Розділ «Геометрія» дозволяє побудувати будь-яку двовимірну геометричну фігуру буквально в кількох натисканнях комп'ютерної миші. Серед можливих операцій у цьому розділі є:

- 1) пошук середини прямої або центру кола, побудова перпендикулярних або паралельних прямих, побудова дотичних для кола;
- 2) вимірювання кутів (внутрішніх і зовнішніх), відстані від однієї точки до іншої, а також площі будь-якої фігури;
- 3) побудова відрізків, променів, прямих і векторів;
- 4) побудова довільного кола, з фіксованим радіусом; кількох кіл, що перетинають один одного; півкола, а також кола з обмеженим сектором;
- 5) побудова довільного чи правильного n -кутника.

Наприклад, дано вектори $\vec{a}(1;-2;6)$, $\vec{b}(1;0;1)$, $\vec{c}(2;-6;7)$. Необхідно знайти: а) довжину вектора $3\vec{a}-2\vec{b}$; б) скалярний добуток $5\vec{a}\cdot 2\vec{b}$; в) кут між векторами \vec{a} і \vec{b} ; г) векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$. Зобразити вектори на площині.

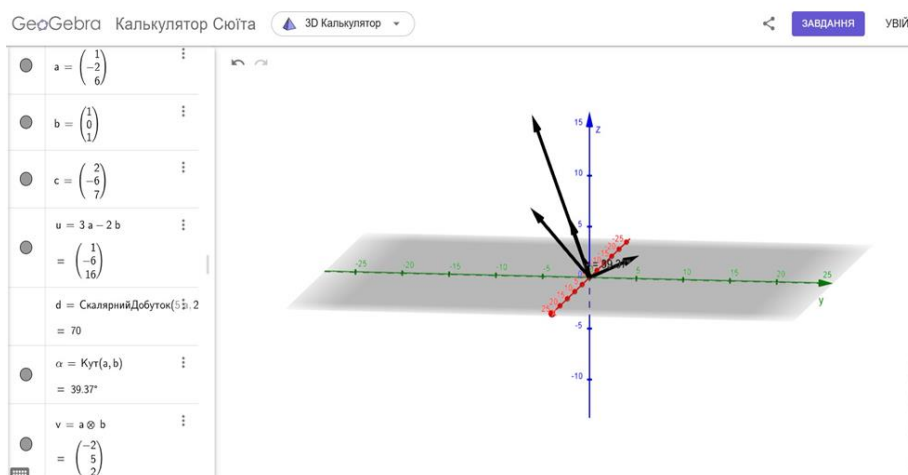


Рис. 4. Приклад розв'язання в GeoGebra

Наприклад, на рисунку 5 показано вписаний у коло трикутник.

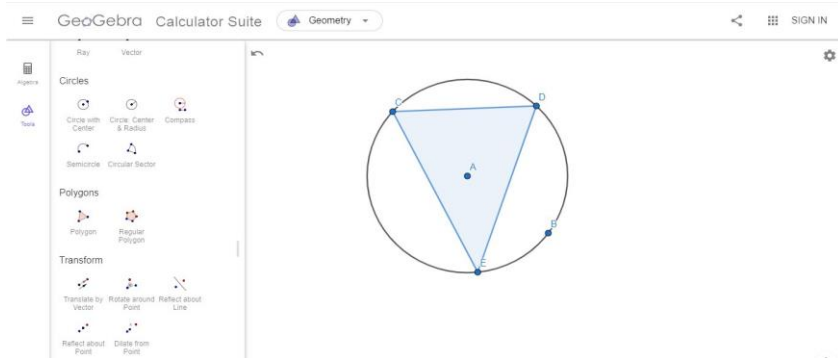


Рис. 5. Вписаний у коло трикутник в середовищі Geogebra

Використання можливостей інтерактивного геометричного середовища GeoGebra в освітньому процесі дозволяє продемонструвати студентам математичний об'єкт, залежно від обраного підходу вивчення. Так, наприклад, розглядаючи поняття «еліпс» найчастіше використовують його класичне означення. За допомогою програми GeoGebra можна виконати побудову креслення кривої, виходячи з її означення (рис. 6).

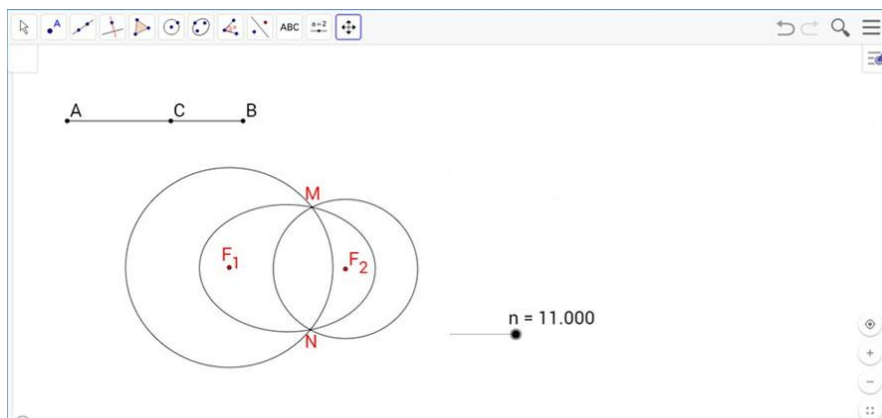


Рис. 6. Класичне означення еліпса

Ввести поняття еліпса можна також через використання конічної поверхні. Нехай площина перетинає конічну поверхню. Якщо січна площина не паралельна жодній із утворюючих конічної поверхні і не проходить через вершину конуса, то лінія перетину називається еліпсом (рис. 7).

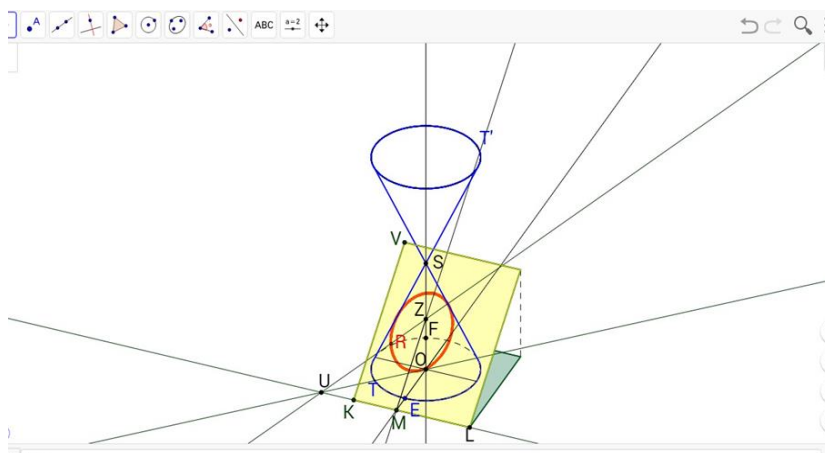


Рис. 7. Означення еліпса через конічну поверхню

Еліпс може бути представлений як лінія площини. Додамо на готовому кресленні (рис. 7) зображення двох сфер, вписаних у конічну поверхню, що торкаються січної площини: верхня у точці F_1 , а нижня у точці F_2 (рис. 8).

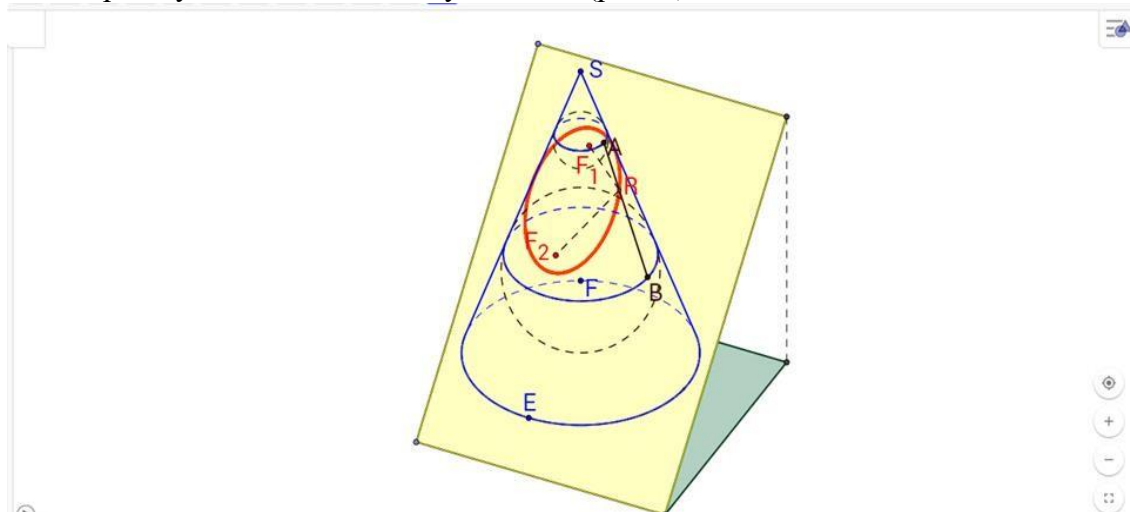


Рис. 8. Означення еліпса як лінії площини

Можна зауважити, що за будь-якого положення точки R , яка викреслює еліпс у перерізі, $RA = RF_1$ як дотичні, проведені з точки R до верхньої сфери. Аналогічно, $RB = RF_2$ як дотичні, проведені з точки R до нижньої сфери. Отже, $RF_1 + RF_2 = AB$. Звідси отримуємо означення еліпса, як лінії площини.

Означення кривої опирається на процес її побудови. Отже, еліпсом називається лінія, яку при анімації викреслює точка площини, сума відстаней якої до двох фіксованих точок площини, які називають фокусами еліпса, постійна.

Програма GeoGebra, крім виконання різних алгебраїчних обчислень, дозволяє виконувати геометричні креслення математичних об'єктів, та, змінюючи необхідний параметр, здійснювати видозміни готового креслення.

Крім того, середовище GeoGebra дає змогу реалізувати ще один підхід до розв'язування багатьох практичних задач на екстремум, який пов'язаний з використанням таблиць значення функції та динамічним слідом точки [12].

Як бачимо, особливість цього геометричного середовища полягає в інтерактивному поєднанні геометричного, алгебраїчного та числового уявлення. GeoGebra має можливість створювати конструкції з точками, векторами, лініями, конічними перерізами, математичними функціями, а також дозволяє динамічно їх змінювати [13].

Але, разом з великою кількістю переваг, під час застосування комп'ютерних технологій, зокрема використання програми GeoGebra під вивчення освітнього компонента «Вища та прикладна математика», можуть виникнути певні проблеми, а саме:

- за слабкого методичного обґрунтування використання інформаційних технологій привносить у процес навчання лише нову форму, за якою втрачається сенс їх використання. Так, розв'язання задач на побудову в середовищі GeoGebra без осмислення того, які властивості геометричних об'єктів були використані, втрачає неабияку частку цінності (наприклад, при побудові квадрата, вписаного в коло, використовується відомий метод - будується пряма лінія і перпендикуляр до неї, потім квадрат по точках перетину побудованих ліній з колом, але немає обґрунтування, чому кути прямі, а сторони рівні);

- лише впевнене та невимушене використання інформаційних технологій може забезпечити досягнення поставлених педагогічних цілей. В іншому випадку їх включення до навчального процесу може спричинити зворотній ефект: загубитися темп заняття, виникнути недовіра та ін.;

- може виникнути проблема довіри: наскільки те, що робиться у програмі Geogebra, відображає реальність;

- легкість побудови може породити помилкове відчуття легкості засвоєння, хоча зміст при цьому може засвоюватися дуже поверхово.

Вирішенням таких проблем може послужити розробка завдань, які б «зачіпляли» здобувачів вищої освіти і змушували б їх вникнути глибше в суть явищ, що вивчаються. Наприклад, доповнення одного складного «ефектного» завдання ланцюжком попередніх завдань, які б обґрунтовували використовувані побудови, їхню коректність і доречність.

3. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Завдяки своїм інтерактивним функціям GeoGebra дозволяє викладачам створювати візуальні представлення, проводити вимірювання та досліджувати геометричні властивості, сприяючи глибшому розумінню геометричних понять. Водночас це потребує методичної підготовки, активного залучення студентів, технологічної підтримки та свідомого балансу між абстракцією та візуальним представленням. GeoGebra є ефективним інструментом для покращення навичок користувачів, таких як вирішення проблем та візуалізація, а також для сприяння викладанню та навчанню.

Використання GeoGebra під час розв'язування окремих задач надає можливість сформувати в студентів уміння комплексного застосування сучасних інформаційних технологій у різних сферах управління економічними об'єктами [14].

Таким чином, використання GeoGebra в процесі вивчення вищої та прикладної математики позитивно впливає на досягнення студентів, розвиток умінь розв'язувати задачі, візуалізації математичних понять, дозволяє формувати дослідницьку компетентність студентів. Інтерактивність робить навчання цікавим, покращує результати та розвиває навички розв'язування проблем.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Чемерис О., Прус А., Фонарюк О. (2024). Майстерня GeoGebra: практичний підхід до візуалізації математики: методичні рекомендації. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 46 с. [Електронний ресурс]. URL: <https://eprints.zu.edu.ua/41691/1/1.pdf> (Дата звернення 26.01.2026).
- [2] Гриб'юк О.О., Оліда І.Я., Юнчик В.Л. (2016). Використання системи динамічної математики GeoGebra в процесі навчання математичних дисциплін. *Освітні горизонти*. [Електронний ресурс]. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/704872/1/Osvitni_horizonty_2016.pdf (Дата звернення 16.01.2026).
- [3] Гулівата І.О. (2019). Інноваційні методики забезпечення змісту навчання математики. *Журнал інформаційних технологій в освіті (ІТЕ)*, 41, 64-74.
- [4] Дубовик В.В. (2021). Використання середовища GeoGebra на практичних заняттях з лінійної алгебри під час навчання студентів педагогічних університетів. *Scientific Collection «InterConf»*. Brighton, Great Britain: A.C.M. Webb Publishing Co Ltd., 52, 167-174.
- [5] Поліщук Т., Іщенко Г., Возносименко Д. (2020). Підготовка майбутніх учителів математики у процесі вивчення математичних дисциплін з використанням пакету GeoGebra. *Проблеми підготовки сучасного вчителя*, 1(21), 120-127.
- [6] Тютюн Л.А., Косовець О.П. (2025). Візуалізація навчального матеріалу з математичних дисциплін у вищій школі за допомогою GeoGebra. Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Математика в сучасному технічному університеті». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 205-208.
- [7] Lainufar M., Mailizar M., Johar R. (2021). Exploring the potential use of GeoGebra augmented reality in a project-based learning environment: The case of geometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882(1), 012045. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1882/1/012045> (Дата звернення 18.01.2026).
- [8] Xing W., Pei H., Shang J. (2024). *Visual teaching of Higher Mathematics based on GeoGebra*. Proceedings of the 2024 3rd International Conference on Science Education and Art Appreciation. Advances in Social Science, Education and Humanities Research. Atlantis Press. [Електронний ресурс]. URL: <https://www.atlantispress.com/proceedings/seaa-24/126003731> (Дата звернення 11.01.2026).
- [9] Samura A.O., Darhim, Juandi D. (2021). Improving the Creative Thinking Ability of Junior High School Students Through GeoGebra Assisted Learning Community in Mathematics. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 15(22), 84-98. [Електронний ресурс]. URL: <https://online-journals.org/index.php/i-jim/article/view/24797/10255> (Дата звернення 12.01.2026).
- [10] Yuliardi R. (2017). Mathematics Learning Assisted Geogebra using Technologically Aligned Classroom (TAC)

- to Improve Communication Skills of Vocational High School Student. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), 012156. [Електронний ресурс]. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/895/1/012156/pdf> (Дата звернення 21.01.2026).
- [11] Owusu R., Bonyah E., Dissou Arthur Y. (2023). The Effect of GeoGebra on University Students' Understanding of Polar Coordinates. *Cogent Education*. [Електронний ресурс]. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/2331186X.2023.2177050> (Дата звернення 19.01.2026).
- [12] Авраменко І. (2015). Особливості використання середовища GeoGebra при розв'язуванні задач на екстремум. *Фізико-математична освіта*, 1 (7), 5-8. [Електронний ресурс]. URL: http://fizmatsspu.sumy.ua/Konferencii/sbor/fmo/Zbirnyk_FMO_7_2015.pdf (Дата звернення 18.01.2026).
- [13] Гусак Л.П., Радзіховська Л.М., Гринчук Т.П. (2023). Використання середовища GeoGebra в математичній підготовці студентів економічних спеціальностей. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*, 70, 24-34.
- [14] Гулівата І.О., Гусак Л.П., Радзіховська Л.М. (2018). Вища та прикладна математика: теорія ймовірностей: навч. посібник. 208 с.

Husak Lyudmila Petrovna

Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor
Associate Professor of the Department of Innovation Economics and Digital Technologies
Vinnitsia Institute of Trade and Economics
State University of Trade and Economics
Vinnitsia, Ukraine
ORCID ID: 0000-0002-0022-9644
gusak-lyudmila@ukr.net

Radzihovska Larisa Mykolayivna

Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor
Associate Professor of the Department of Innovation Economics and Digital Technologies
Vinnitsia Institute of Trade and Economics
State University of Trade and Economics
Vinnitsia, Ukraine
ORCID ID: 0000-0003-0185-8036
larirad@ukr.net

FEATURES OF USING GEOGEBRA IN THE PROCESS OF STUDYING HIGHER AND APPLIED MATHEMATICS

Abstract. The article examines the features of integrating the interactive geometry environment GeoGebra into the study of higher and applied mathematics in higher education institutions. The importance of adapting this dynamic mathematical environment to modern educational needs is emphasized. The possibilities of the GeoGebra platform as a tool for visualizing mathematical concepts, models, and dependencies, solving problems and modeling applied issues are analyzed. The advantages of integrating this environment into the teaching of both applied topics (function modeling, conic sections) and theoretical topics (analytic geometry) are highlighted. Particular attention is paid to the fact that GeoGebra allows instructors to demonstrate a mathematical object depending on the chosen approach to studying the concept. Thanks to its interactive features, GeoGebra enables teachers to create visual representations, conduct measurements and explore geometric properties, promoting a deeper understanding of geometric concepts. At the same time, effective use requires methodological preparation, active student engagement, technological support and a conscious balance between abstraction and visual representation. The study identifies that specific pedagogical and methodological conditions for the effective use of GeoGebra include clarity, interactivity, activation of research and project-based student activities, student autonomy and a shift in the traditional roles of teachers and students. This, in turn, stimulates increased student motivation and interest, improves knowledge acquisition and application and fosters ICT competencies.

As a result, it is emphasized that the systematic use of GeoGebra in the teaching of higher and applied mathematics contributes to a deeper understanding of theoretical material, the development of visual and analytical thinking, the formation of practically oriented modeling skills, as well as increased motivation for studying mathematics.

Key words: visualization, higher and applied mathematics, geometric environment GeoGebra, interactivity, information technologies.

References (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Chemerys, O., Prus, A., Fonaryuk, O. (2024). Maysternya GeoGebra: praktychnyy pidkhhid do vizualizatsiyi matematyky. [GeoGebra Workshop: a practical approach to the visualization of mathematics]. *Metodychni rekomendatsiyi*. Zhytomyr : Vyd-vo ZHDU im. I. Franka. URL: <https://eprints.zu.edu.ua/41691/1/1.pdf> (accessed 26.01.2026). (in Ukrainian)
- [2] Hryb'yuk, O.O., Olida, I.YA., Yunchyk, V.L. (2016). Vykorystannya systemy dynamichnoyi matematyky GeoGebra v protsesi navchannya matematychnykh dystsyplyn. [Using the GeoGebra dynamic mathematics system in the process of teaching mathematical discipline]. *Osvitni horyzonty*. URL: https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/704872/1/Osvitni_gorizontu_2016.pdf (accessed 26.01.2026). (in Ukrainian)
- [3] Hulivata, I.O. (2019). Innovatsiyini metodyky zabezpechennya zmistu navchannya matematyky [Innovative methods of ensuring the content of mathematics education]. *Zhurnal informatsiynykh tekhnolohiy v osviti (ITE)*, 41, 64-74. (in Ukrainian)
- [4] Dubovyk, V.V. (2021). Vykorystannya seredovyshcha GeoGebra na praktychnykh zanyattiyakh z liniynoyi alhebray pid chas navchannya studentiv pedahohichnykh universytetiv. [Using the GeoGebra environment in practical classes on linear algebra during the training of students of pedagogical universities]. *Scientific Collection «InterConf»*, 52, 167–174. (in Ukrainian)
- [5] Polishchuk, T., Ishchenko, H. & Voznosyenko, D. (2020). Pidhotovka maybutnikh uchyteliv matematyky u protsesi vyvchennya matematychnykh dystsyplyn z vykorystanniam paketu GeoGebra. [Training future mathematics teachers in the process of studying mathematical disciplines using the GeoGebra package]. *Problemy pidhotovky suchasnoho vchytelya*, 1(21), 120–127. (in Ukrainian)
- [6] Tyutyun, L.A., Kosovets', O.P. (2025). *Vizualizatsiya navchal'noho materialu z matematychnykh dystsyplyn u vyshchiiy shkoli za dopomoho GeoGebra*. [Visualization of educational material in mathematical disciplines in higher education using GeoGebra]. *Materialy X Mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi «Matematyka v suchasnomu tekhnichnomu universyteti»*. Kyiv: KPI im. Ihorya Sikors'koho, 205-208. (in Ukrainian)
- [7] Lainufar, M., Mailizar, M., & Johar, R. (2021). Exploring the potential use of GeoGebra augmented reality in a project-based learning environment: The case of geometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 1882(1), 012045. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1882/1/012045> (accessed 18.01.2026). (in English)
- [8] Xing, W., Pei, H. & Shang, J. (2024). *Visual teaching of Higher Mathematics based on GeoGebra*. Proceedings of the 2024 3rd International Conference on Science Education and Art Appreciation. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*. Atlantis Press. URL: <https://www.atlantispress.com/proceedings/seaa-24/126003731> (accessed 11.01.2026). (in English)
- [9] Samura, A.O. & Darhim, Juandi, D. (2021). Improving the Creative Thinking Ability of Junior High School Students Through GeoGebra Assisted Learning Community in Mathematics. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 15(22), 84-98. URL: <https://online-journals.org/index.php/i-jim/article/view/24797/10255> (accessed 12.01.2026). (in English)
- [10] Yuliardi, R. (2017). Mathematics Learning Assisted Geogebra using Technologically Aligned Classroom (TAC) to Improve Communication Skills of Vocasional High School Student. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1), 012156. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/895/1/012156/pdf> (accessed 21.01.2026). (in English)
- [11] Owusu, R., Bonyah, E. & Dissou Arthur, Y. (2023). The Effect of GeoGebra on University Students' Understanding of Polar Coordinates. *Cogent Education*. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/2331186X.2023.2177050> (accessed 19.01.2026). (in English)
- [12] Avramenko, I. (2015). Osoblyvosti vykorystannya seredovyshcha GeoGebra pry rozv'yazuvanni zadach na ekstremum. [Peculiarities of using the GeoGebra environment when solving extremum problems]. *Fizyko-matematychna osvita*, 1 (7), 5-8. URL: http://fizmatsspu.sumy.ua/Konferencii/sbor/fmo/Zbirnyk_FMO_7_2015.pdf (accessed 18.01.2026). (in Ukrainian)
- [13] Husak, L.P., Radzikhov's'ka, L.M. & Hrynychuk, T.P. (2023). Vykorystannya seredovyshcha GeoGebra v matematychnii pidhotovtsi studentiv ekonomichnykh spetsial'nostey. [Using the GeoGebra environment in mathematical training of students of economic specialties]. *Suchasni informatsiyini tekhnolohiyi ta innovatsiyini metodyky navchannya v pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiya, teoriya, dosvid, problemy*, 70, 24-34. (in Ukrainian)
- [14] Hulivata, I.O., Husak, L.P. & Radzikhov's'ka, L.M. (2018). *Vysheha ta prykladna matematyka: teoriya ymovirnostey* [Higher and applied mathematics: probability theory], 208. (in Ukrainian)

Надійшла до редакції / Received: 12.01.2026

Схвалено до друку / Accepted: 09.02.2026

УДК 004.415.2:378.147

DOI: 10.31652/2412-1142-2026-79-93-103

Закусило Микола Миколайович

аспірант кафедри інформаційних систем і технологій,
Український державний університет імені Михайла Драгоманова,
м. Київ, Україна
ORCID ID: 0009-0004-9355-0980
nikola.zakusilo20071991@gmail.com

Шевчук Борис Вікторович

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри інформаційних систем та технологій,
Український державний університет імені Михайла Драгоманова,
доцент, доцент кафедри інформаційних технологій,
Міжнародний європейський університет,
м. Київ, Україна
ORCID ID: 0000-0002-4406-1011
sh.bera04@gmail.com

ТРАСУВАННЯ ВИМОГ, ТЕСТІВ І ЗВІТІВ ЯК МЕТОДИКА ІНТЕГРОВАНОГО НАВЧАННЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЯКОСТІ ПЗ

Анотація. У статті розглянуто проблему формування професійних компетентностей майбутніх фахівців з інженерії програмного забезпечення шляхом інтегрованого застосування трасування вимог, тестів і звітів у процесі навчання забезпечення якості програмного продукту. Підкреслено, що сучасні освітні практики потребують методичних рішень, які одночасно відтворюють особливості реальних інженерних процесів і забезпечують студентам цілісне бачення життєвого циклу ПЗ. Одним із ключових інструментів, що відображає логіку сучасних процесів розробки та тестування, є трасування вимог, тестів і звітів, яке забезпечує прозорість взаємозв'язків між артефактами та сприяє підвищенню якості розробки. Метою статті є обґрунтування та опис методики інтегрованого навчання забезпечення якості ПЗ на основі трасування основних артефактів розробки. Відповідно завданнями дослідження визначено: аналіз теоретичних підходів до трасування; уточнення ролі трасування в освітньому процесі; окреслення можливостей цифрових платформ для його підтримки; демонстрація прикладу інтеграції методики у практичну підготовку студентів. Методи дослідження включають аналіз і синтез наукових джерел, порівняльний аналіз інструментів для управління вимогами й тестуванням, моделювання взаємозв'язків між артефактами, а також педагогічне спостереження за результатами застосування методики. У статті подано приклад використання матриці трасування як засобу відображення відповідності між вимогами, тест-кейсами й результатами тестування. З'ясовано, що інтегроване використання GitHub, YouTrack, Jira та систем автоматичного формування звітів створює умови, максимально наближені до реальних інженерних практик. Результати дослідження засвідчують, що застосування методики сприяє формуванню в студентів цілісного розуміння процесу забезпечення якості, розвитку аналітичного мислення, навичок роботи з вимогами, тестами та звітністю. Висновки підтверджують, що трасування є ефективним інструментом організації навчального процесу, який підвищує рівень підготовленості здобувачів до професійної діяльності та забезпечує можливість кількісного оцінювання якості виконаної роботи.

Ключові слова: трасування вимог; забезпечення якості програмного забезпечення; інтегроване навчання; матриця трасування; автоматизоване тестування; управління вимогами.

1. ВСТУП

Забезпечення якості програмного забезпечення (ПЗ) є одним із ключових чинників ефективного функціонування сучасних інформаційних систем, що зумовлює підвищену увагу до підготовки фахівців у галузі інженерії програмного забезпечення. В умовах зростання складності програмних продуктів, поширення гнучких методологій розроблення та впровадження міжнародних стандартів якості особливої актуальності набуває формування у здобувачів освіти системного бачення життєвого циклу ПЗ та взаємозв'язків між його вимогами, реалізацією, тестуванням і супровідною документацією.