

УДК 378:37.091.3:004

DOI: 10.31652/2412-1142-2025-78-347-363

Соє Олена Миколаївна

кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики,
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
м. Вінниця, Україна,
ORCID ID: 0000-0002-0937-299X
soia.om@vspu.edu.ua

Косовець Олена Павлівна

Кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики та інформатики,
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
м. Вінниця, Україна,
ORCID ID: 0000-0001-8577-3042
kosovets.op@vspu.edu.ua

Ковтонюк Мар'яна Михайлівна

Доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор,
Завідувач кафедри математики та інформатики,
Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
м. Вінниця, Україна,
ORCID ID: 0000-0002-7444-1234
kovtonyukmm@vspu.edu.ua

ЗАДАЧІ Й СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ БАКАЛАВРІВ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

Анотація. У статті досліджується роль задач та систем комп'ютерної математики (CAS) у процесі формування професійної компетентності майбутніх бакалаврів математики та інформатики. Автори акцентують увагу на необхідності пошуку нових дидактичних підходів, які б відповідали сучасним вимогам цифровізації освіти та інтеграції інформаційних технологій. Задачі розглядаються не лише як традиційний елемент освітнього процесу, а й як багатофункціональний інструмент розвитку критичного мислення, творчих здібностей, здатності до дослідження й аналізу. Особливу увагу приділено класифікації задач, що використовуються у підготовці здобувачів вищої освіти. Поєднання CAS з традиційним розв'язуванням задач дозволяє не лише автоматизувати обчислення, а й перенести акцент на концептуальне розуміння матеріалу, побудову математичних моделей, аналіз результатів, розроблення алгоритмів розв'язання.

Подано авторські реалізації задач, що демонструють ефективність поєднання традиційних методів навчання та сучасних комп'ютерних інструментів. Такий підхід сприяє підвищенню мотивації здобувачів освіти, формуванню навичок самостійної та дослідницької роботи, розвитку інформаційної культури та академічної доброчесності. Систематичне використання CAS у освітньому процесі забезпечує якісно новий рівень підготовки фахівців. Випускники набувають не лише фундаментальних знань з математики та інформатики, а й компетентностей, пов'язаних із цифровою грамотністю, алгоритмізацією, моделюванням, що підвищує їхню конкурентоспроможність на ринку праці.

Перспективними напрямками подальших досліджень є розроблення інтегрованих навчально-методичних систем, які об'єднують задачний підхід, CAS та технології штучного інтелекту. Особливо важливим є вивчення впливу таких систем на формування індивідуальних освітніх траєкторій здобувачів освіти і підготовку майбутніх учителів математики та інформатики до реалізації концепції Нової української школи. Стаття робить вагомий внесок у методику навчання математичних та інформатичних дисциплін, демонструючи потенціал поєднання класичних задач та сучасних цифрових інструментів як ефективного методу професійної підготовки здобувачів вищої освіти – бакалаврів математики та інформатики.

Ключові слова: математична задача; задача з інформатики; класифікація задач; функції задач; моделювання задач, системи комп'ютерної математики; штучний інтелект.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Головною метою сучасної освіти є формування всебічно розвиненої особистості, здатної до критичного мислення, саморозвитку, творчої діяльності та ефективного використання набутих знань у професійній освітній практиці. Однією з ключових тенденцій розвитку вищої освіти є орієнтація на компетентнісний підхід, що передбачає інтеграцію знань, умінь і практичного досвіду, необхідних для розв'язання складних і невизначених завдань у різних сферах діяльності. Особливе місце у цьому процесі займає підготовка майбутніх бакалаврів математики та інформатики, адже саме від рівня їхньої професійної компетентності залежить здатність здійснювати науковий пошук, створювати та досліджувати математичні моделі, застосовувати комп'ютерні технології для аналізу та оптимізації реальних процесів.

У Стандарті вищої освіти за спеціальністю 111 «Математика» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти значну увагу приділено ролі задач у підготовці фахівців [1], зокрема інтегральна компетентність визначається як «здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов». Загальні компетентності 1, 2, 7 наголошують на здатності до «абстрактного мислення, аналізу та синтезу; застосовувати знання у практичних ситуаціях; учитися і оволодівати сучасними знаннями». Спеціальні компетентності 2, 5-8, 10 забезпечують здатність «подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі; до кількісного мислення; розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем; застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей; до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів; використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків». Результати навчання 10, 11, 21 гарантують, що здобувач освіти може розв'язувати «задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів» [1].

У Стандарті вищої освіти України за спеціальністю 014 «Середня освіта (за предметними спеціальностями)» зазначено, що інтегральна компетентність – це «здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі у сфері середньої освіти» [2]. Обидва стандарти [1, 2] мають спільну ідею, яка полягає в орієнтації на здатність розв'язувати складні задачі як ключову інтегральну компетентність майбутнього фахівця.

У підготовці бакалавра за спеціальністю 014.09 «Середня освіта (Інформатика)» важливу роль відіграють практичні результати навчання, які формують основу професійної компетентності майбутнього вчителя інформатики. Зокрема, серед них виокремлюють практичні результати навчання такі як, здатність «будувати інформаційну модель, реалізовувати її засобами цифрових технологій; проводити комп'ютерний експеримент, інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати його результати». Цей результат навчання забезпечує вміння працювати з абстрактними структурами, моделювати реальні процеси та явища, що є ключовим для формування алгоритмічного мислення, розвитку дослідницьких навичок та підготовки учнів до роботи з сучасними інформаційними системами. Здатність «розв'язувати задачі з інформатики різного рівня складності раціональними методами». Це дозволяє не лише забезпечувати якісне викладання навчального матеріалу, а й формувати в учнів вміння аналізувати проблеми, знаходити оптимальні рішення, використовувати математичні та алгоритмічні методи у практичних ситуаціях [1].

Отже, у Стандартах [1, 2] акцентовано увагу на провідній ролі задач у підготовці фахівців. А вміння працювати з математичними та інформатичними задачами є не лише інструментом пізнання, а й фундаментом їхнього професійного становлення.

Суттєве значення для цього процесу має впровадження систем комп'ютерної математики (CAS), які дозволяють здійснювати як чисельні, так і символічні обчислення, будувати та досліджувати математичні моделі, експериментувати з різними підходами до розв'язування задач. Використання CAS відкриває нові можливості для організації освітньої діяльності здобувачів освіти: від автоматизації рутинних обчислень – до глибокого аналізу структур задач, пошуку оптимальних алгоритмів та оцінювання ефективності різних методів. Завдяки цьому здобувачі освіти отримують змогу зосередитися не лише на техніці обчислень, а й на сутнісному розумінні проблеми, розвитку аналітичного та критичного мислення, формуванні навичок дослідницької діяльності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання ролі задач у математичній та інформатичній освіті досить активно розробляється у сучасній дидактиці. П. Петров (P. Petrov) висунув ідею, що вміння розв'язувати задачі є базовою проблемою дидактики математики, що виходить за її власні межі та має інтегративний характер [3].

У статті [4] П. Асенова (P. Asenova) та М. Марінов (M. Marinov) подали концепцію системи задач як провідного педагогічного підходу, що ґрунтується на принципі навчання через розв'язування задач. Автори підкреслюють важливість системності: охоплюються всі етапи освітнього процесу – від введення нових знань до тренування й застосування. Запропонована багаторівнева модель системи задач включає ієрархію цілей та запланованих результатів, відбір завдань, організацію та методику навчання, а також використання прикладних інструментів. Особливу увагу приділено комп'ютерному програмному забезпеченню, яке візуалізує навчальний матеріал.

Т. Чехларова (T. Chehlarova) та М. Валков (M. Valkov) [5] розглядають використання динамічних комп'ютерних моделей як засобу організації дослідницької роботи здобувачів освіти. Завдяки моделям створюються умови для формулювання гіпотез, пошуку ідей розв'язання, представлення результатів та водночас набуття досвіду роботи із сучасними інструментами, зокрема GeoGebra. Автори наголошують на можливості використання таких моделей у формальній та неформальній освіті.

М. Са'діях (M. Sa'diyah) та співавтори [6] здійснили дослідження щодо вмінь здобувачів освіти формулювати ситуації математично. Було виявлено, що більшість здобувачів освіти мають труднощі у визначенні змінних, побудові моделей та виборі стратегій розв'язування контекстних задач, зокрема тих, що пропонуються у рамках міжнародних досліджень PISA. Ці результати підтверджують необхідність цілеспрямованої роботи з розвитку вмінь математично формулювати ситуації.

А. Прус (A. Prus) та І. Ленчук (I. Lenchuk) [7] досліджували професійний розвиток майбутніх учителів математики, зосереджуючи увагу на здатності розв'язувати задачі з параметрами як значущий показник їхньої математичної компетентності. Запропоновано модель цілеспрямованого формування у майбутніх вчителів математики поняття параметра в процесі вивчення дисципліни «Задачі з параметрами». Стаття є частиною дослідження з навчання розв'язуванню лінійних, квадратних та дробових рівнянь з параметрами. Автори виділили типові помилки здобувачів освіти під час вивчення цих тем та створили систему засобів для їх запобігання.

О. Школьний (O. Shkolnyi) та співавтори [8] досліджували питання використання каскадних задач як для формування математичних компетентностей учнів, так і для оцінювання їхніх освітніх досягнень. У статті подано ґрунтовний теоретичний аналіз можливих типів каскадних задач, описано методологію та наведено приклади їх застосування на різних етапах вивчення математики в закладах загальної середньої освіти, зокрема під час підсумкової атестації випускників. На основі статистичного опитування вчителів математики в Україні та Республіці Молдова з'ясовано їхнє ставлення до каскадних задач, а також переваги й недоліки використання таких задач.

Т.-Т. Ву (T.-T. Wu) та інші [9] узагальнили результати систематичного огляду 37 публікацій, щоб уточнити зв'язок між обчислювальним мисленням (Computational Thinking, СТ) і навичками розв'язування задач. Автори показали, що у більшості досліджень розв'язування задач розглядається саме в контексті СТ, а найчастіше описуваними етапами / техніками виступають декомпозиція, розпізнавання закономірностей, абстрагування та алгоритмізація. Висновок огляду: СТ тісно пов'язане з умінням розв'язувати задачі, а відповідні етапи СТ фактично виконують ті самі функції, що й традиційні кроки розв'язування задач. Практичне значення роботи – структурувати навчальні завдання навколо цих чотирьох фаз і системно застосовувати СТ як інструмент для розв'язування реальних проблем у різних освітніх контекстах.

Стаття [10] зосереджена на уточненні поняття «навчально-методична задача» (НМЗ) у професійній підготовці майбутніх учителів інформатики. Авторка ототожнює здатність учителя ефективно розв'язувати методичні задачі на етапах осмислення, проєктування й реалізації з методичною компетентністю, оскільки це вимагає інтеграції методичних знань, способів діяльності та професійно значущих якостей. Обґрунтовано розмежування «методичної» та «навчально-методичної» задач: НМЗ моделює зміст методичної діяльності в реалістичній педагогічній ситуації та передбачає імітацію фрагментів освітнього процесу зі шкільного курсу інформатики. Компетентне розв'язування НМЗ вимагає фундаментальних знань з інформатики, володіння методикою її навчання та виконання міждисциплінарних методичних дій. Запропоновано класифікацію методичних і навчально-методичних задач за трьома критеріями: (1) структурні компоненти методичної діяльності, (2) функції методичної діяльності, (3) рівень складності. У висновках підкреслено, що систематична робота з різними видами НМЗ є дієвим засобом формування методичної компетентності та набуття педагогічного досвіду майбутнім учителем інформатики.

У роботі [11] досліджено практичний підхід до використання ІІІ для аналізу та класифікації задач з програмування у шкільному курсі інформатики: автори автоматизують віднесення задач за тематикою, типом і рівнем складності, щоб краще узгоджувати їх з рівнем підготовки учнів і підвищувати ефективність навчання. Системи на базі ІІІ, за задумом авторів, дають змогу відслідковувати прогрес, виявляти прогалини та надавати миттєвий зворотний зв'язок, водночас зменшуючи рутинне навантаження на вчителя. Класифікація за складністю й типом підтримує об'єктивніше оцінювання, добір завдань для більш здібних учнів та побудову індивідуальних освітніх траєкторій, що важливо і для самоосвіти (починати з простіших задач для підтримання мотивації). У підсумку автори фіксують працездатний алгоритм класифікації та роблять висновок про доцільність інтеграції ІІІ для персоналізації навчання програмуванню; водночас зазначають потребу в подальшому доборі задач і вдосконаленні запитів до моделі.

На думку Пономарьової Н. та Олефіренко Н. [12] специфіка навчальних задач з інформатики визначається їхнім модельним та дослідницьким характером: типова задача передбачає побудову інформаційно-логічної моделі об'єкта чи процесу та подальше проведення комп'ютерних експериментів із варіюванням параметрів. Такі задачі мають виразну міжпредметну природу (математика, природничі й соціальні науки), що підсилює їхню практичну релевантність і водночас ускладнює розв'язування. Результати розв'язання, як правило, є узагальненими й трансферабельними на споріднені проблемні ситуації, а сам зв'язок має динамічний характер і не зводиться до фіксованого числового чи вербального підсумку. Процес розв'язування є багатоетапним – від постановки та формалізації через вибір методу, алгоритмізацію й програмну реалізацію до аналізу та інтерпретації – що зумовлює підвищені вимоги до інтеграції предметних знань, методичних умінь і рефлексивних компетентностей здобувачів освіти.

У дослідженні [13] підкреслено спільну для математики та інформатики орієнтацію на розв'язування задач, проте виокремлено різні дидактичні акценти цих дисциплін. У математиці, зокрема в конструктивістській парадигмі, знання вибудовуються через

опрацювання окремих ситуацій і побудову локальних моделей, між якими встановлюються зв'язки; поступове узагальнення цих зв'язків приводить до формування узагальнених моделей і подальшої абстракції. В інформатиці центральним є етап формалізації: специфікація вхідних параметрів і очікуваних вихідних результатів, проєктування структур даних, розроблення алгоритму та його програмна реалізація з наступною перевіркою коректності, ефективності й якості обчислень; при цьому створене розв'язування зазвичай масштабується на клас подібних задач. Узагальнюючи, математик тяжіє до глибинного опрацювання конкретної задачі як окремої моделі, тоді як інформатик фокусується на процедурі та методах, придатних для широкого спектра задач; у двох випадках визначальним є сам процес розв'язування. Обидві галузі взаємозалежні: інформатика спирається на математичні поняття, а математична освіта збагачується інформатичними стратегіями, що в освітній практиці зумовлює потребу інтегрувати моделювання й алгоритмізацію та формувати в здобувачів метастратегії розв'язування задач.

Аналіз сучасних досліджень та досвід авторів [14-16] засвідчує, що розв'язування задач за допомогою систем комп'ютерної математики є ефективним методом формування професійної культури майбутніх фахівців у галузі математики та інформатики. Зокрема професійна культура викладача математики розглядається авторами як інтегрована динамічна властивість особистості, яка проєктує його загальну культуру в галузі професії, є синтезом математичної та інформатичної, науково-методичної та педагогічної культур і реалізується в умовах синергетичного освітнього простору з використанням цифрових технологій [17].

Мета статті – обґрунтувати теоретичні засади та практичні підходи до використання задач і систем комп'ютерної математики як ефективного засобу формування професійної компетентності майбутніх бакалаврів математики та інформатики, а також визначити можливості інтеграції цих засобів у освітній процес з метою розвитку в здобувачів освіти здатності до аналізу, моделювання та розв'язування професійно орієнтованих задач.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Уточнимо такі поняття, як «задача» і «завдання до задачі». В словнику української мови задача трактується як запитання, що розв'язується шляхом обчислень за визначеною умовою, а завдання – наперед визначений, запланований для виконання обсяг роботи [18]. Кожне навчальне завдання можна розглядати як спонукання до дії, що є складовою частиною діяльності. *Завдання до задачі* – це вимога, що викликає виконання певних дій (операцій), стосовно самої задачі або її частини, керівництво до дії, поставлене у процесі розв'язування задачі. Завдання, що пропонуються до задач, дозволяють здобувачам освіти здійснювати різні види діяльності. У психології задача розглядається як мета, задана в певних умовах, як особлива характеристика діяльності суб'єкта. Задача тут тлумачиться як суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта [19].

У процесі навчання математики та інформатики у закладах вищої освіти задачі покликані бути засобом організації навчально-пізнавальної та науково-дослідної діяльності здобувачів освіти й сприяти реалізації таких основних функцій: мотиваційної, навчальної, розвивальної, виховної, світоглядної, управлінської й контрольної-оцінювальної. У кожній математичній навчальній дисципліні присутні всі типи задач (і за кількістю невідомих у структурі задачі, і за характером об'єктів, за відношенням до теорії, за функціями у процесі навчання, за перевагою типу мислення (алгоритмічні, напівалгоритмічні, евристичні), на обчислення, доведення, текстові тощо). Тому важливо спроектувати цикл практичних занять у кожному семестрі таким чином, щоб у них максимально були включені різні типи задач, котрі задовольняють вимогам:

1) задачі мають проблемно-пізнавальний характер, частина з них є нестандартними, тобто такими, для яких немає алгоритму (правила, формули), немає готового способу розв'язування;

2) підбір задач складений таким чином, що призводить до поступового збільшення частки самостійності здобувачів освіти під час формулювання узагальнених прийомів, відображає різні можливості для застосування того чи іншого прийому.

У науково-методичних джерелах висвітлено низку підходів до класифікації математичних задач, що ґрунтуються на різних дидактичних, змістових і методичних засадах. Узагальнення та систематизацію наявних підходів здійснено авторами цієї статті й подано у вигляді авторської класифікації математичних задач, представленої на рис. 1.



Рис. 1. Класифікація математичних задач (авторське узагальнення та систематизація наявних науково-методичних підходів)

Для формування професійних компетентностей варто включати: задачі з параметрами, на дослідження, експериментальні задачі, задачі прикладного характеру, задачі на встановлення міжпредметних і внутріпредметних зв'язків, математичні софізми, задачі на пошук різних способів розв'язування тощо. Вимоги до таких задач можна сформулювати таким чином: «Дослідити», «Знайти найбільш раціональний спосіб розв'язування (доведення)», «Знайти загальний розв'язок», «Знайти помилку», «Розглянути всі можливі об'єкти, що задовольняють заданим умовам», «Знайти залежність», «Скласти задачу», «З'ясувати причину» тощо [20]. Для розвитку творчого мислення здобувачів освіти необхідно підбирати такі задачі, які б формували: вміння генерувати ідеї, гнучко і швидко міркувати, замінювати частину понять іншими, більш загальними, пропонувати оригінальний нестандартний розв'язок, переносити метод розв'язування однієї задачі на іншу, асоціювати поняття і факти, цілеспрямовано спостерігати, оцінювати варіанти і переходити до вибору альтернативного варіанту розв'язування, вміти передбачати факти й ситуації. Нешаблонна математична задача, що є наслідком проблемної ситуації, якраз і передбачає активізацію вказаних вище мислительних якостей здобувача освіти.

Зміст загальної компетентності 6 та 17, що у Стандартах [1, 2] окреслюється як володіти «навичками використання інформаційних і комунікаційних технологій» та «здатність використовувати інформаційно-комунікаційні технології з дотриманням етико-правових норм в умовах євроінтеграційних процесів», засвідчує міжгалузевий, універсальний характер і водночас задає чіткі професійні орієнтири для сучасного здобувача освіти. Зокрема, зазначена загальна компетентність імплікує спроможність здобувача освіти кваліфіковано розв'язувати навчально-професійні задачі засобами цифрових технологій: обирати адекватні цифрові інструменти, застосовувати методи комп'ютерного моделювання та аналізу даних, а також володіти базовими навичками роботи з системами комп'ютерної математики (для символічних, чисельних і графічних обчислень) із неухильним дотриманням норм академічної доброчесності, авторського права, захисту даних і цифрової безпеки.

Отже, задачі та завдання до задачі є важливим дидактичним інструментом, що забезпечує мотивацію, розвиток мислення й формування професійних компетентностей здобувачів освіти в процесі навчання математики та інформатики. Їх систематичне використання, зокрема в поєднанні з цифровими технологіями й системами комп'ютерної математики, сприяє підготовці майбутніх фахівців відповідно до сучасних освітніх стандартів і викликів часу.

3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розв'язування математичних задач сприяє активному формуванню математичної культури здобувачів освіти, а саме математичного мислення, математичної мови, математичних компетентностей. А формування вмінь і навичок у бакалавра математики можливо тоді, коли він буде *вміти розв'язувати задачі* (перший етап) і *навчитись їх конструювати самостійно* (другий етап). Неможливо навчитись розв'язувати задачі (тим більше дослідницькі та проблемні), не розв'язуючи їх. Після того, як здобувач освіти зміг розібратися у доведенні класичних теорем, може розв'язувати задачі, придумані іншими математиками, варто його залучати до продукування нового знання, яке забезпечується через конструювання ним об'єктів дослідження, складання задач, виконання логічних міркувань, що приводять до певного результату (процес наближення до істини) у строго логічне доведення (обґрунтування сформульованої істини). Отже, конструювання об'єктів дослідження надає діяльності здобувача освіти особистісного характеру, що сприяє набуттю такої здатності як системне входження здобувача освіти у сферу науково-дослідницького пошуку.

У цьому розділі продемонструємо репрезентативний набір прикладів задач із математичних та інформатичних дисциплін, орієнтований на підготовку здобувачів спеціальностей Е4 «Математика», А4.04 Середня освіта (Математика) та А4.09 «Середня освіта (Інформатика)». Кожен приклад буде подано у стандартизованому форматі: постановка й контекст задачі; формалізація та добір методів; етапи розв'язування й перевірки. Розв'язування кожної задачі здійснюватиметься із застосуванням систем комп'ютерної математики та цифрових технологій.

Petković I. M. та Herceg Đ.[21, с. 205-236] коротко оглянули деякі типові математичні задачі, що розв'язуються за допомогою комп'ютерних засобів. А також представили авторські нові оригінальні внески щодо використання комп'ютерних засобів для розв'язування математичних задач: щодо наявності помилок округлення, розподіл нулів випадкових поліномів, динамічне дослідження методів знаходження нулів, нове триточкове сімейство методів розв'язання нелінійних рівнянь та два алгоритми для включення простого комплексного нуля полінома. Автори резюмують, що комп'ютери використовуються у математичних дослідженнях різними способами; одним із найпростіших є доведення шляхом вичерпання (the implementation of *proof-by-exhaustion*): формулюється доведення того, що твердження є правильним для великої, але скінченної кількості випадків, а потім усі ці випадки перевіряються відповідною програмою за допомогою комп'ютера. Більш складне застосування комп'ютерів полягає у виявленні та аналізі цікавих закономірностей у даних, які потім слугують основою для висунення гіпотез. Допомога у формулюванні гіпотез є першим кроком, а справжній прогрес полягає у строгому їх доведенні.

Подано авторську реалізацію пізнавальної задачі – математичний аналіз, теорія границь (д. пед. наук, проф. Ковтонюк М. М.).

Задача 1. Довести, що числова послідовність $x_n = 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^{n-1}}$ має границю (тобто збіжна).

Доведення. На перший погляд важко зорієнтуватися, як довести збіжність такої послідовності. Тому пропонуємо здобувачам освіти обчислити на калькуляторі перших 10 членів послідовності: 1; 2,5; 2,6875; 2,775; 2,7808; 2,7825; 2,7830; 2,7831; 2,7832;...
Або можемо запропонувати запитати у ШІ, наприклад у ChatGPT:

Ти студент першого курсу спеціальності Е7 Математика.
Знайди перших 20 членів послідовності з точністю до трьох знаків.

Ось перші 20 членів послідовності x_n з точністю до трьох знаків:

1.000, 1.500, 1.688, 1.750, 1.770, 1.775, 1.777, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778, 1.778

Як бачимо, послідовність швидко наближається до своєї границі:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{4}{3} = 1.\bar{3}?$$

(Можна додатково довести точну межу, але з обчислених значень видно, що вона прямує до 1.778...).

Хочеш, я виведу точну аналітичну границю цієї послідовності? [↔](#)

Бачимо, що перші 10 членів послідовності зростають і обмежені зверху. То висуваємо гіпотезу, що і числова послідовність є зростаючою і обмеженою зверху. Отже для доведення цього факту варто скористатися теоремою про границю монотонної послідовності. Перевіряємо дві умови:

$$x_{n+1} = 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^{n-1}} + \frac{n+1}{4^n} = x_n + \frac{n+1}{4^n}, \quad \forall n \in \mathbb{N},$$

тобто $x_{n+1} > x_n$, отже послідовність зростаюча.

Оскільки, $n \leq 2^n$, то

$$\begin{aligned} x_n &= 1 + \frac{2}{4} + \frac{3}{4^2} + \frac{4}{4^3} + \dots + \frac{n}{4^{n-1}} \leq 1 + 1 + \frac{2^3}{4^2} + \frac{2^4}{4^3} + \dots + \frac{2^n}{4^{n-1}} = \\ &= 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}} = 2 + \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}}{1 - \frac{1}{2}} = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \leq 3. \end{aligned}$$

Значить (x_n) монотонно зростає і обмежена зверху. Отже, за теоремою про границю монотонної послідовності вона збіжна. ■

Подано авторську реалізацію задачі на доведення – математичний аналіз, теорія границь (д. пед. наук, проф. Ковтонюк М. М.).

Задача 2. Використовуючи означення границі послідовності, довести, що $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2} = 5$.

Доведення. Аналогічно до попередньої задачі просимо здобувачів освіти обчислити десять перших членів послідовності на калькуляторі (15; 6,428; 5,4; 5,126; 5,021; 5,014; 5,005; 5,001; 5,0005; 5,0001;...) і за допомогою ШІ, наприклад ChatGPT:

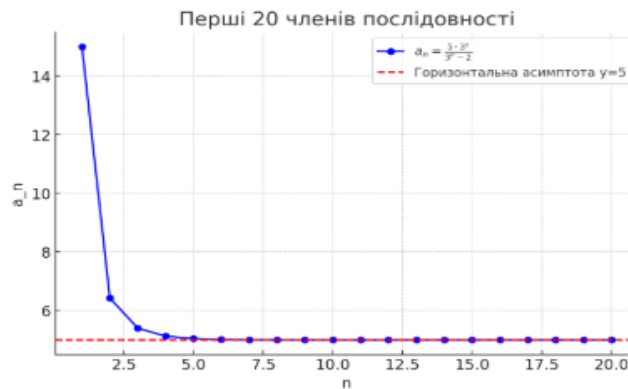
Ти студент першого курсу спеціальності А4. 09 Середня освіта (Інформатика). Знайди перших 20 членів послідовності з точністю до трьох знаків.

Я обчислив перші 20 членів послідовності $a_n = \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$ та округлив їх до трьох знаків.

Ви можете подивитися результати у таблиці.

Хочете, я ще побудую графік цієї послідовності, щоб наочно показати її збіжність до 5? [↔](#)

Побудуй графік цієї послідовності, будь ласка.



Ось графік перших 20 членів послідовності $a_n = \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2}$.

Він добре показує, що значення послідовності швидко наближаються до горизонтальної асимптоти $y = 5$.

Хочете, я ще розпишу повний доказ за означенням границі послідовності? <>

Бачимо, що члени послідовності наближаються до числа 5. Тому висуваємо гіпотезу, що границя числової послідовності дорівнює 5, і доводимо цей факт з використанням означення границі.

Доведення	Стратегія
$\left \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2} - 5 \right < \varepsilon \Leftrightarrow \frac{10}{3^n - 2} < \varepsilon, 3^n > \frac{10}{\varepsilon} + 2.$ <p>Прологарифмуємо останню нерівність логарифмом за основою 3:</p> $n > \log_3 \left(\frac{10}{\varepsilon} + 2 \right) \geq \left\lceil \log_3 \left(\frac{10}{\varepsilon} + 2 \right) \right\rceil = n_0$ <p>Отже, $\forall \varepsilon > 0$ ми вказали номер $n_0 = \left\lceil \log_3 \left(\frac{10}{\varepsilon} + 2 \right) \right\rceil$ такий, що $\forall n > n_0$ виконується нерівність $\left \frac{5 \cdot 3^n}{3^n - 2} - 5 \right < \varepsilon$. ■</p>	<p>У відповідності з означенням границі нам потрібно для довільного як завгодно малого додатного числа $\varepsilon > 0$ вказати номер n_0 такий, що як тільки $n > n_0$, так і зразу буде виконуватися нерівність $y_n - a < \varepsilon$.</p>

Подано авторську реалізацію задачі, яку можна розв'язати декількома способами – математичний аналіз, теорія границь (д. пед. наук, проф. Ковтонюк М. М.).

Задача 3. Знайти всі значення параметра a , $a > 0$, для яких правильною є нерівність

$$\int_1^2 (a^2 - (4 - 4a)x + 4x^3) dx \leq 12.$$

Розв'язання.

І спосіб. Інтеграл від суми дорівнює сумі інтегралів і сталий множник виносимо за знак інтеграла:

$$\begin{aligned} \int_1^2 (a^2 - (4 - 4a)x + 4x^3) dx &= a^2 \int_1^2 dx - (4 - 4a) \int_1^2 x dx + 4 \int_1^2 x^3 dx = a^2 - (4 - 4a) \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + 4 \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \\ &= a^2 - 8 + 8a + 2 - 2a + 15 = a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2. \end{aligned}$$

Таким чином, всі шукані значення параметра a мають задовольняти нерівність $(a+3)^2 \leq 12$, звідки, використовуючи умову, що $a > 0$, отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ (a+3)^2 \leq 12, \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ a+3 \leq 2\sqrt{3}, \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a > 0, \\ a \leq 2\sqrt{3}-3, \end{array} \right. \Leftrightarrow a \in (0; 2\sqrt{3}-3]. \blacksquare$$

II спосіб (за допомогою динамічного геометричного середовища GeoGebra).

1) Створюємо повзунок a , ($a > 0$);

2) у рядок введення записуємо функції:

$$f(x) = a^2 - (4-4a)x + 4x^3 \text{ та } g(x) = 12;$$

3) обчислюємо інтеграл, для цього серед запропонованих функцій обираємо *Інтеграл* $[f, a, b]$, де $a = 1$, $b = 2$;

4) у рядок введення записуємо нерівність $b \leq g(x)$; рухаючи повзунок, ми змінюємо параметр a та бачимо розв'язки нерівності.

У випадку коли $a \in (0; 0,46]$ наша нерівність правильна (рис. 2).

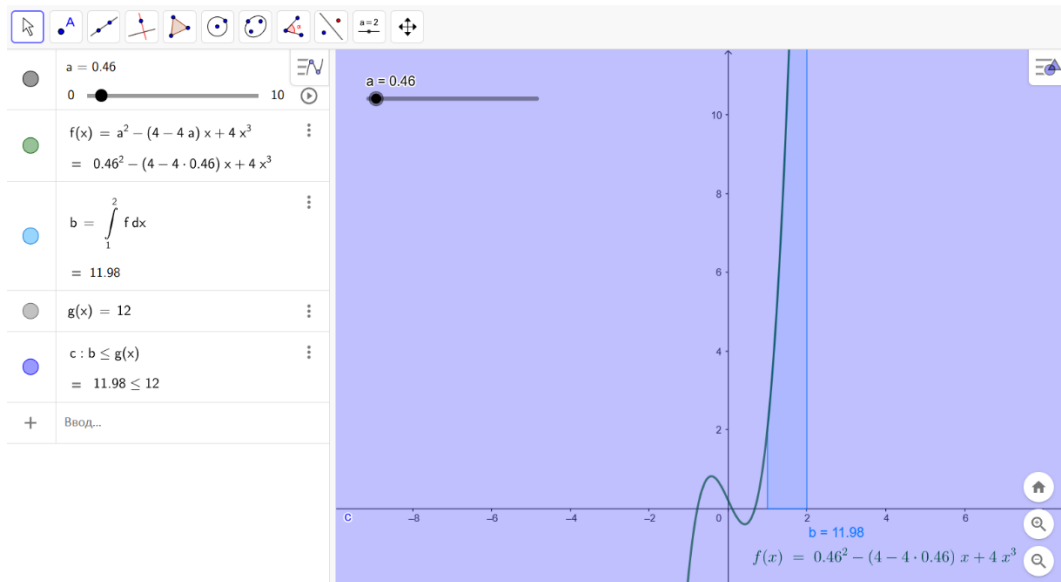


Рис. 2. Візуалізація розв'язку задачі 3 за умови, що $a \in (0; 0,46]$.

У випадку коли $a \in (0,46; +\infty)$ нерівність неправильна (рис. 3).

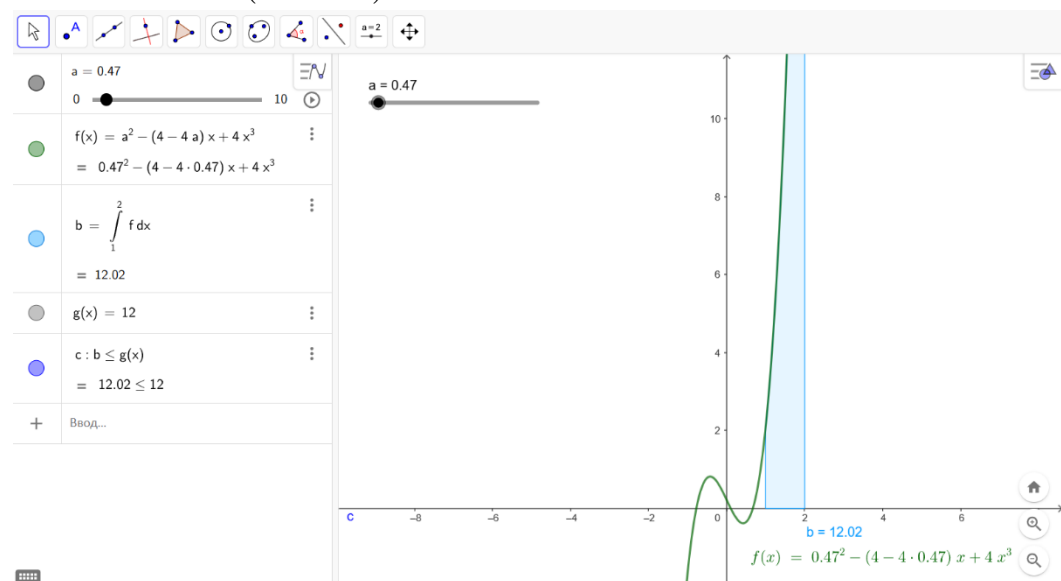


Рис. 3. Візуалізація розв'язку задачі 3 за умови, що $a \in (0,46; +\infty)$.

Отже, наша нерівність правильна коли $a \in (0; 0,46]$. ■

Подано авторську реалізацію чисельної задачі – методи обчислень, чисельне інтегрування (канд. пед. наук, доц. Соя О. М.).

Задача 4. Обчислити за формулою Ньютона-Котеса інтеграл $\int_0^1 \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$, розділивши

відрізок інтегрування на 5 рівних частин.

Розв’язання.

Формула Ньютона-Котеса для $n = 5$ має вигляд [22, с. 300]

$$I_5[f] \approx \frac{5}{288} h(19f(x_0) + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4) + 19f(x_5)).$$

Обчислення визначеного інтеграла наближеними методами зводиться до виконання послідовності чисельних операцій над підінтегральною функцією. Відповідно, таку задачу доцільно віднести до класу **чисельних задач**. Для практичної реалізації обчислень використано функціональні можливості CAS Maxima.

Задамо функцію $f(x)$, кількість відрізків розбиття та межі інтегрування. Знайдемо крок розбиття підінтегральної області на 5 відрізків (6 точок). Підставивши одержані значення у формулу Ньютона-Котеса для $n = 5$, одержимо наближене значення інтеграла.

```
(%i1) f(x):=sin(x)/(1+cos(x))$
```

```
(%i5) n:5$ x0:0$ x5:1$ h:(x5-x0)/n$
```

```
(%i10) x1:x0+h$ x2:x0+2·h$ x3:x0+3·h$ x4:x0+4·h$ x5:x0+5·h$
```

```
(%i11) l:5/288· h· (19·f(x0)+75·f(x1)+50·f(x2)+50·f(x3)+75·f(x4)+19·f(x5)), numer;
```

```
(%o11) 0.26116894
```

Знайдемо значення інтеграла за допомогою вбудованої функції в CAS Maxima.

```
(%i12) J: integrate(f(x), x, 0, 1), numer;
```

```
(%o12) 0.26116848
```

Абсолютна величина похибки (нев’язка) складає

```
(%i13) R:abs(J-I), numer;
```

```
(%o13) 4.5444144 10-7
```

З іншого боку, цю задачу цілком можна вважати алгоритмічною, оскільки: вона має чітко визначену послідовність кроків (поділ відрізка на рівні частини → обчислення значень функції у точках (вузлах) → підстановка у формулу Ньютона-Котеса → отримання наближеного значення інтеграла); ці кроки можна легко формалізувати у вигляді алгоритму; алгоритм можна реалізувати програмно (у середовищі систем комп’ютерної математики, наприклад CAS Maxima, мовами програмування Python, C++, Java тощо).

```
(%i1) f(x):=sin(x)/(1+cos(x))$
```

```
(%i3) a : 0$ b : 1$
```

```
(%i5) n : 5$ h : (b - a)/n$
```

```
(%i6) f_tabl : create_list([x[i]: a + h·i, f(x[i])], i, 0, n)$
```

Універсальні коефіцієнти Котеса $H(i)$ обчислюються за формулою

```
(%i7) H(i):=1/n·(-1)^(n - i)/(i!·(n - i)!·integrate(product((q - k), k, 0, n)/(q - i), q, 0, n))$
```

```
(%i8) l:(b - a)· sum(H(i)· f(x[i]), i, 0, n), numer;
```

```
(%o8) 0.26116894
```

Алгоритмічна постановка цієї задачі дає змогу отримати розв'язок за скінченну кількість кроків шляхом задання у програмному кодї підінтегральної функції, меж інтегрування та кількості вузлів розбиття. Таким чином, задача належить не лише до чисельного інтегрування, а й має виражений алгоритмічний характер, оскільки для її розв'язання існує обчислювальний алгоритм, придатний до реалізації засобами програмування.

У сучасній школі інформатика та математика дедалі більше інтегруються з цифровими інструментами, зокрема з електронними таблицями. Завдання, що передбачають опрацювання великих масивів даних, виконання статистичних підрахунків і створення візуалізацій, мають не лише прикладне, а й суттєве методичне значення. Вони сприяють формуванню дослідницьких умінь, розвитку алгоритмічного мислення, здатності критично аналізувати інформацію та робити обґрунтовані висновки.

Подано авторську реалізацію задачі, що стимулює дослідницьку діяльність та інтегрує математичні й інформатичні компетентності, запропоновану учням на II етапі Всеукраїнської учнівської олімпіади з інформаційних технологій у 2024-2025 навчальному році [23] – методика навчання інформатики, тема «Модельовання та структури даних» (канд. пед. наук, доц. Косовець О. П.).

Щороку укладачі олімпіадних завдань визначають певну тематику, що стає основою для досліджень і аналітики за допомогою інформаційних технологій.

Використання олімпіадних завдань у підготовці здобувачів вищої освіти не лише підсилює їхню предметну і цифрову компетентність, а й формує здатність творчо адаптувати дослідницькі методики до умов шкільного навчання.

Розглянемо одне із завдань, пов'язане з аналізом характеристик смартфонів та має на меті не лише відпрацювання технічних навичок роботи в електронних таблицях, а й формування вміння проводити повноцінне дослідження даних. Для виконання завдання надано файл електронної таблиці з даними, які взято з <https://www.kaggle.com/code/pranav941/from-brick-to-sleek-history-of-smartphones/input>. Набір даних демонструє 13 точок специфікації за 20 років. На аркуші «specifications» міститься інформація про характеристики смартфонів. Для структурування даних про смартфони здобувачам освіти застосовуються вбудовані можливості Excel: створення «розумних таблиць», сортування, фільтрування. Цей етап формує вміння структурувати інформацію та готувати її до подальшого аналізу.

На другому етапі застосовуються умовні статистичні функції Microsoft Excel (табл. 1):

✓ COUNTIFS – для підрахунку кількості моделей із певними характеристиками (наприклад, кількості смартфонів з конкретним процесором чи операційною системою у визначеному році);

✓ MAXIFS – для визначення максимального значення (наприклад, найбільшої діагоналі дисплея чи максимальної ємності акумулятора у вибраному році);

✓ AVERAGEIFS – для знаходження середніх показників (наприклад, середнього розміру дисплея);

✓ INDEX у поєднанні з MATCH – для автоматичного визначення найпопулярнішої операційної системи.

Робота з цими функціями дозволяє здобувачам освіти поєднати знання з елементарної статистики з алгоритмічним підходом до обробки даних.

Третій етап пов'язаний із представленням результатів у наочній формі (рис. 4). Здобувачі освіти будують діаграми (гістограми, кругові та комбіновані графіки), що відображають динаміку зміни характеристик смартфонів у часі. Цей крок сприяє розвитку навичок інтерпретації даних та вмінню обирати адекватні засоби візуалізації.

- ✓ розвиває здатність застосовувати математичні знання у практичних ситуаціях;
- ✓ виховує навички самостійного пошуку та перевірки рішень;
- ✓ забезпечує дослідницький характер навчання.

Таким чином, виконання завдання у середовищі Microsoft Excel виступає ефективною моделлю дослідницької діяльності, яка інтегрує математичні та інформатичні компетентності, а також слугує дієвим методом підготовки майбутніх учителів до організації навчання школярів на рівні, наближеному до олімпіадного.

4. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У статті обґрунтовано провідну роль задач та систем комп'ютерної математики (CAS) у формуванні професійної компетентності майбутніх бакалаврів математики та інформатики. Теоретичний аналіз і наведені приклади засвідчили, що задачі різних типів є не лише дидактичним засобом, а й важливим інструментом розвитку критичного мислення, творчих здібностей і дослідницьких навичок здобувачів освіти.

Використання CAS створює умови для автоматизації обчислень і зосередження уваги на сутнісному аналізі проблем; інтеграції математичного і комп'ютерного моделювання; формування навичок алгоритмізації та цифрової грамотності; розвитку культури академічної доброчесності та дослідницької самостійності.

Запропоновані авторські реалізації задач доводять ефективність комплексного підходу, що поєднує традиційні та інноваційні методи, математичні й інформатичні компоненти, а також сучасні цифрові технології. Це сприяє підготовці конкурентоспроможних фахівців, здатних не лише розв'язувати, а й конструювати задачі, застосовувати міждисциплінарні знання та творчо адаптувати здобутий досвід у професійній діяльності.

Перспективи подальших досліджень убачаємо в розробленні інтегрованих навчально-методичних систем, що поєднують адачний, CAS і технології штучного інтелекту, а також у дослідженні їхнього впливу на формування індивідуальних освітніх траєкторій здобувачів освіти й майбутніх бакалаврів математики та інформатики.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Стандарт вищої освіти України: перший (бакалаврський) рівень, галузь знань 11 «Математика і статистика», спеціальність 111 «Математика» [Електронний ресурс] / Міністерство освіти і науки України : затв. і введ. в дію наказом МОН України від 30.04.2020 р. № 577. Київ : МОН України, 2020. 22 с. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/2020/05/111-matematyka-bakalavr.pdf>. (дата звернення: 07.09.2025).
- [2] Стандарт вищої освіти України. Перший (бакалаврський) рівень. Галузь знань 01 «Освіта/Педагогіка». Спеціальність 014 «Середня освіта (за предметними спеціальностями)» [Електронний ресурс] / Міністерство освіти і науки України. Київ : МОН України, 2024 (проект оприлюднено 17.04.2024). URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/gromadske-obgovorennya/2024/04/17/НО-projekt.stand.VO-014-serednya.osvita-bakalavr.17.04.2024.1.1.docx> (дата звернення: 07.09.2025).
- [3] Petrov P. Development of the didactics of mathematics. *Mathematics and Informatics*. 2017. Vol. 60. No. 1. pp. 11–16.
- [4] Asenova P., Marinov M. System of Tasks in Mathematics Education. *Mathematics and Informatics*. 2019. Vol. 62. No. 1. pp. 53–71.
- [5] Chehlarova T., Valkov M. Computer Models of One Mathematical Olympiad Problem. *Mathematics and Informatics*. 2024. Vol. 67. No. 4. pp. 433–442. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2024-4-6-com>.
- [6] Sa'diyah M., Sa'dijah C., Susiswo S. Students' Ability to Formulate Situation Mathematically from Context-Based Mathematics Problems. *TEM Journal*, 2024. Vol. 13. No. 2. pp. 1443–1451. DOI: <https://doi.org/10.18421/TEM132-5>.
- [7] Prus A., Lenchuk I. Teaching future mathematics teachers to solve problems with parameters: Ukrainian experience. *Mathematics and Informatics*. 2024. Vol. 67. No. 6. pp. 661–683. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2024-6-6-tea>.
- [8] Shkolnyi O., Shvets V., Akiri I. Problems of Cascade Type and Their Use for Assessment of Students' Academic Achievements in Mathematics. *Mathematics and Informatics*. 2022. Vol. 65. No. 2, pp. 186–200. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2022-2-3-pro>.

- [9] Wu T.-T., Asmara A., Huang Y.-M., Permata Hapsari I. Identification of Problem-Solving Techniques in Computational Thinking Studies: Systematic Literature Review. *SAGE Open*, 2024. Vol. 14, No. 2. DOI: <https://doi.org/10.1177/21582440241249897>.
- [10] Павлова Н. С. Навчально-методичні задачі у професійній підготовці майбутніх учителів інформатики. *Педагогічна освіта: теорія і практика*. 2021. Вип. 30 с. 299–310. DOI: <https://doi.org/10.32626/2309-9763.2021-30-299-310>.
- [11] Величко В., Ганієв О., Жадан С. Штучний інтелект як інструмент аналізу і класифікації задач з програмування в освітньому процесі. *Технології електронного навчання*. 2024. Т. 8, с. 66–73. DOI: <https://doi.org/10.31865/2709-840082024316949>.
- [12] Пономарьова Н. О., Олефіренко Н. В. Вибрані питання методики навчання інформатики: задачний підхід: навч. посіб. Харків, 2024. 97. URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/3aebffff-7c43-4ca5-b7f558b5f112f766/content>.
- [13] Nagyová I. Analysing the Different Approaches in Mathematics and Informatics for Solving a Task and Educational Implications. *Informatics in Education*. 2018. Vol. 17. No. 1. pp. 61–75. DOI: <https://doi.org/10.15388/infedu.2018.04>.
- [14] Kosovets O., Kovtoniuk M., Soia O., Turzhanska O., Leonova I. Digital Learning Environment for Mathematical Disciplines at Universities in Times of War. In: Auer, M. E., Rüütman, T. (eds) *Futureproofing Engineering Education for Global Responsibility. ICL 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 1261. Cham : Springer, 2025. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-85649-5_5.
- [15] Soia O., Leonova I., Kovtoniuk M., Turzhanska, O. Kosovets O. Project-Based Learning of Students as a Transformation of the Educational Environment of a Higher Education Institution. In: Auer, M. E., Rüütman, T. (eds) *Futureproofing Engineering Education for Global Responsibility. ICL 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 1280. Cham : Springer, 2025. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-83523-0_37.
- [16] Soia O., Kovtoniuk M., Kosovets O., Petrovych S. Project-Based Learning as an Integration of Critical Thinking and Teamwork Skills of Future Teachers of Mathematics and Computer Science. In: Faure, E., et al. (eds) *Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. Vol. 222. Cham : Springer, 2024. pp. 385–399. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-71804-5_26.
- [17] Kovtoniuk M., Soia O., Kosovets O., Tiutiun L. Peculiarities of Forming the Professional Culture of a Mathematics Teacher by Means of Digital Technologies in Higher Education Institutions of Ukraine. *Proceedings of International Conference on Applied Innovation in IT*. 2021. Vol. 13. No. 1, pp. 71–78. DOI: <https://doi.org/10.25673/119217>.
- [18] Словник української мови / [І. К. Білодід, А. А. Бурячок, В. О. Винник та ін.]; за ред. А. А. Бурячка, П. П. Доценка. Київ : Наукова думка, 1973. Т. 4. 840 с.
- [19] Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні основи навчання математики. Львів : Радянська школа, 1983. 192 с.
- [20] Ковтонюк М. М. Теоретичні і методичні основи фундаменталізації загальнопрофесійної підготовки майбутнього вчителя математики: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04. Вінниця, 2014. 386 с.
- [21] Petković I. M., Herceg Đ. Computer tools for solving mathematical problems: a review. *Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics*. 2021. Vol. 36. No. 1. pp. 205–236. DOI: <https://doi.org/10.22190/FUMI201203017P>.
- [22] Ковтонюк М. М., Клімішина А. Я., Леонова І. М., Соя О. М., Косовець О. П. Практикум з інтегрального числення функції однієї змінної та рядів (з використанням чисельних методів та систем комп'ютерної математики) : навч. посіб. Вінниця, 2025. 652 с.
- [23] Інформатика. [Вебсайт]. URL: <https://it-science.com.ua/poststag/2?page=1>. (дата звернення: 07.09.2025).

MATHEMATICAL PROBLEMS AND COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS AS A MEANS OF FORMING THE PROFESSIONAL COMPETENCE OF BACHELORS IN MATHEMATICS AND INFORMATICS

Soia Olena Mykolaivna

Candidate of Sciences (Pedagogy), Associate Professor, Associate Professor at the Department of Mathematics and Informatics,
Vinnitsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnitsia, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0002-0937-299X
soia.om@vspu.edu.ua

Kosovets Olena Pavlivna

Candidate of Sciences (Pedagogy), Associate Professor at the Department of Mathematics and Informatics,
Vinnitsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnitsia, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0001-8577-3042
kosovets.op@vspu.edu.ua

Kovtoniuk Mariana Mykhailivna

Doctor of Sciences (Pedagogy), Professor,
Head of the Department of Mathematics and Computer Science,
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine,
ORCID ID: 0000-0002-7444-1234
kovtonyukmm@vspu.edu.ua

Abstract. The article examines the role of problems and computer algebra systems (CAS) in the process of developing the professional competence of future Bachelors in Mathematics and Informatics. The authors emphasize the need to search for new didactic approaches that meet modern requirements of digitalization of education and the integration of information technologies. Problems are considered not only as a traditional element of the educational process but also as a multifunctional tool for developing critical thinking, creativity, research skills, and analytical abilities. Particular attention is paid to the classification of problems used in the training of higher education students. The combination of CAS with traditional problem solving makes it possible not only to automate calculations but also to shift the focus towards conceptual understanding of the material, building mathematical models, analyzing results, and developing algorithms for solutions.

The article presents original implementations of problems that demonstrate the effectiveness of combining traditional teaching methods with modern computer tools. Such an approach contributes to increasing students' motivation, forming skills of independent and research work, and fostering information culture and academic integrity. The systematic use of CAS in the educational process ensures a qualitatively new level of professional training. Graduates acquire not only fundamental knowledge of mathematics and informatics but also competences related to digital literacy, algorithmization, and modeling, which enhances their competitiveness in the labor market.

Promising directions for further research include the development of integrated educational and methodological systems that combine the problem-based approach, CAS, and artificial intelligence technologies. Of particular importance is the study of the impact of such systems on the formation of individual educational trajectories of students and the preparation of future mathematics and informatics teachers for the implementation of the New Ukrainian School concept. The article makes a significant contribution to the methodology of teaching mathematical and informatics disciplines, demonstrating the potential of combining classical problems with modern digital tools as an effective method of professional training of higher education students—future bachelors in mathematics and informatics.

Keywords: mathematical problem; problem in informatics; problem classification; functions of problems; problem modeling; computer algebra systems; artificial intelligence.

References (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Standart vyshchoi osvity Ukrainy: pershyi (bakalavrskyi) riven, haluz znan 11 «Matematyka i statystyka», spetsialnist 111 «Matematyka» [Standard of Higher Education of Ukraine: First (Bachelor's) Level, Field of Knowledge 11 «Mathematics and Statistics», Specialty 111 «Mathematics»], 2020. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/vishcha-osvita/zatverdzeni%20standarty/2020/05/111-matematyka-bakalavr.pdf>. (in Ukrainian)
- [2] Standart vyshchoi osvity Ukrainy. Pershyi (bakalavrskyi) riven. Haluz znan 01 «Osvita/Pedahohika». Spetsialnist 014 «Serednia osvita (za predmetnyimi spetsialnostiamy)», 2024. URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/gromadske-obgovorennya/2024/04/17/HO-projekt.stand.VO-014-serednya.osvita-bakalavr.17.04.2024.1.1.docx> (in Ukrainian)
- [3] Petrov P. Development of the didactics of mathematics. *Mathematics and Informatics*. 2017. Vol. 60. No. 1. pp. 11–16. (in English)
- [4] Asenova P., Marinov M. System of Tasks in Mathematics Education. *Mathematics and Informatics*. 2019. Vol. 62. No. 1. pp. 53–71. (in English)
- [5] Chehlarova T., Valkov M. Computer Models of One Mathematical Olympiad Problem. *Mathematics and Informatics*. 2024. Vol. 67. No. 4. pp. 433–442. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2024-4-6-com>. (in English)
- [6] Sa'diyah M., Sa'dijah C., Susiswo S. Students' Ability to Formulate Situation Mathematically from Context-Based Mathematics Problems. *TEM Journal*, 2024. Vol. 13. No. 2. pp. 1443–1451. DOI: <https://doi.org/10.18421/TEM132-5>. (in English)
- [7] Prus A., Lenchuk I. Teaching future mathematics teachers to solve problems with parameters: Ukrainian experience. *Mathematics and Informatics*. 2024. Vol. 67. No. 6. pp. 661–683. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2024-6-6-tea>. (in English)
- [8] Shkolnyi O., Shvets V., Akiri I. Problems of Cascade Type and Their Use for Assessment of Students' Academic Achievements in Mathematics. *Mathematics and Informatics*. 2022. Vol. 65. No. 2, pp. 186–200. DOI: <https://doi.org/10.53656/math2022-2-3-pro>. (in English)

- [9] Wu T.-T., Asmara A., Huang Y.-M., Permata Hapsari I. Identification of Problem-Solving Techniques in Computational Thinking Studies: Systematic Literature Review. *SAGE Open*, 2024. Vol. 14, No. 2. DOI: <https://doi.org/10.1177/21582440241249897>. (in English)
- [10] Pavlova N. S. Navchalno-metodychni zadachi u profesiinii pidhotovtsi maibutnix uchytelev informatyky [Educational and methodological tasks in the professional training of future computer science teachers]. *Pedahohichna osvita: teoriia i praktyka*. 2021. Vyp. 30 S. 299–310. DOI: <https://doi.org/10.32626/2309-9763.2021-30-299-310>. (in Ukrainian)
- [11] Velychko V., Haniiev O., Zhadan S. Shtuchnyi intelekt yak instrument analizu i klasyfikatsii zadach z prohramuvannia v osvitnomu protsesi [Artificial intelligence as a tool for analyzing and classifying programming tasks in the educational process]. *Tekhnologii elektronnoho navchannia*. 2024. T. 8, S. 66–73. DOI: <https://doi.org/10.31865/2709-840082024316949>. (in Ukrainian)
- [12] Ponomarova N. O., Olefirenko N. V. Vybrani pytannia metodyky navchannia informatyky: zadachnyi pidkhid [Selected issues in computer science teaching methodology: a problem-based approach]: навч. посіб. Харків, 2024. 97. URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/3aebffff-7c43-4ca5-b7f558b5f112f766/content>. (in Ukrainian)
- [13] Nagyová I. Analysing the Different Approaches in Mathematics and Informatics for Solving a Task and Educational Implications. *Informatics in Education*. 2018. Vol. 17. No. 1. pp. 61–75. DOI: <https://doi.org/10.15388/infedu.2018.04>. (in English)
- [14] Kosovets O., Kovtoniuk M., Soia O., Turzhanska O., Leonova I. Digital Learning Environment for Mathematical Disciplines at Universities in Times of War. In: Auer, M. E., Rüütman, T. (eds) *Futureproofing Engineering Education for Global Responsibility. ICL 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 1261. Cham : Springer, 2025. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-85649-5_5. (in English)
- [15] Soia O., Leonova I., Kovtoniuk M., Turzhanska, O. Kosovets O. Project-Based Learning of Students as a Transformation of the Educational Environment of a Higher Education Institution. In: Auer, M. E., Rüütman, T. (eds) *Futureproofing Engineering Education for Global Responsibility. ICL 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. Vol. 1280. Cham : Springer, 2025. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-83523-0_37. (in English)
- [16] Soia O., Kovtoniuk M., Kosovets O., Petrovych S. Project-Based Learning as an Integration of Critical Thinking and Teamwork Skills of Future Teachers of Mathematics and Computer Science. In: Faure, E., et al. (eds) *Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. Vol. 222. Cham : Springer, 2024. pp. 385–399. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-71804-5_26. (in English)
- [17] Kovtoniuk M., Soia O., Kosovets O., Tiutiun L. Peculiarities of Forming the Professional Culture of a Mathematics Teacher by Means of Digital Technologies in Higher Education Institutions of Ukraine. *Proceedings of International Conference on Applied Innovation in IT*. 2021. Vol. 13. No. 1, pp. 71–78. DOI: <https://doi.org/10.25673/119217>. (in English)
- [18] *Slovyk ukraïnskoi movy [Dictionary of the Ukrainian language] / [I. K. Bilodid, A. A. Buriachok, V. O. Vynnyk ta in.]; A. A. Buriachok, P. P. Dotsenko (Eds.). Kyiv : Naukova dumka, 1973. T. 4. 840 s. (in Ukrainian)*
- [19] Slipekan Z. I. *Psykhologo-pedahohichni osnovy navchannia matematyky [Psychological and pedagogical foundations of mathematics education]*. Lviv : Radianska shkola, 1983. 192 s. (in Ukrainian)
- [20] Kovtoniuk M. M. *Teoretychni i metodychni osnovy fundamentalizatsii zahalnoprofeisinoi pidhotovky maibutnoho vchytelia matematyky [Theoretical and methodical foundations of the fundamentalization of the general professional training of the future teacher of mathematics]: dys. ... doktora ped. nauk: 13.00.04. Vinnytsia, 2014. 386 s. (in Ukrainian)*
- [21] Petković I. M., Herceg Đ. Computer tools for solving mathematical problems: a review. *Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics*. 2021. Vol. 36. No. 1. pp. 205–236. DOI: <https://doi.org/10.22190/FUMI201203017P>. (in English)
- [22] Kovtoniuk M. M., Klimishyna A. Ya., Leonova I. M., Soia O. M., Kosovets O. P. *Praktykum z intehralnoho chyslennia funksii odniiei zminnoi ta riadiv (z vykorystanniam chyselnykh metodiv ta system kompiuternoï matematyky) [Practical course on integral calculus of single-variable functions and series (using numerical methods and computer mathematics systems)] : navch. posib. Vinnytsia, 2025. 652 s. (in Ukrainian)*
- [23] *Informatyka [Computer science]*. URL: <https://it-science.com.ua/poststag/2?page=1>. (in Ukrainian)