

ВІННИЦЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА КОЦЮБІНСЬКОГО
Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University

**МАТЕМАТИКА, ІНФОРМАТИКА, ФІЗИКА:
НАУКА ТА ОСВІТА**

**Mathematics, Informatics, Physics: Science
and Education**

Електронний науковий журнал

Electronic scientific journal

Том 1, № 2

Volume 1, No. 2

Вінниця / Vinnytsia 2024

Рекомендовано до публікації рішенням Вченої ради Вінницького державного педагогічного
університету імені Михайла Коцюбинського
(протокол № 3 від 17 жовтня 2024 р.)

Редакційна колегія:

Бак Сергій Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна (головний редактор).

Ковтонюк Мар'яна Михайлівна, доктор педагогічних наук, кандидат фізико-математичних наук, професор, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна (заступник головного редактора).

Думенко Вікторія Петрівна, кандидат технічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна (відповідальний секретар).

Бугрій Олег Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна.

Відьмаченко Анатолій Петрович, доктор фізико-математичних наук, професор, Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна.

Восвода Аліна Леонідівна, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Дільний Володимир Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна.

Заболотний Володимир Федорович, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Касіяненко Василь Харитонович, доктор фізико-математичних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

Ковтонюк Галина Миколаївна, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Коломісць Альона Анатоліївна, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

Конет Іван Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор, Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна.

Коношевський Олег Леонідович, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Косовець Олена Павлівна, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Лов'янова Ірина Василівна, доктор педагогічних наук, професор, Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг, Україна.

Мельничук Олександр Володимирович, доктор фізико-математичних наук, професор, Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя, м. Ніжин, Україна.

Моклюк Микола Олексійович, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Олефіренко Надія Василівна, доктор педагогічних наук, професор, Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди, м. Харків, Україна.

Остаповець Андрій Анатолійович, доктор філософії, дослідник, Інститут фізики матеріалів Чеської академії наук, м. Брно, Чехія.

Петрович Сергій Драганович, кандидат педагогічних наук, дослідник, Таллінський університет, м. Таллінн, Естонія.

Пилявський Павло Миколайович, доктор філософії, професор, Університет Міннесоти, м. Міннеаполіс, США.

Сільвейстр Анатолій Миколайович, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

Сохацький Федір Миколайович, доктор фізико-математичних наук, професор, Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця, Україна.

Щедрик Володимир Пантелеймонович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів, Україна.

Щербаков Віктор Олексійович, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут математики та інформатики імені Володимира Андрунакієвича, Молдавський державний університет, м. Кишинів, Молдова.

Математика, інформатика, фізика: наука та освіта. Вінниця: ВДПУ, 2024. Том 1, № 2. С. 99-227.

В журналі публікуються статті з фізико-математичних і педагогічних наук за спеціальностями: 111 Математика, 104 Фізика та астрономія, 014.04 Середня освіта (Математика), 014.08 Середня освіта (Фізика та астрономія), 014.09 Середня освіта (Інформатика), 015 Професійна освіта (за спеціалізаціями). Основні тематичні напрями: 1) актуальні проблеми математики; 2) актуальні проблеми фізики та астрономії; 3) теорія і методика навчання математики, інформатики, фізики та астрономії; 4) теорія і методика професійної освіти.

Періодичність видання – двічі на рік.

Категорія читачів – науковці, викладачі, вчителі, аспіранти і здобувачі вищої освіти.

Засновник і видавець: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського.

Рік заснування: 2024.

Ідентифікатор медіа R40-05379.

DOI: 10.31652/3041-1955.

Recommended for publication by the decision of the Academic Council of Mykhailo Kotsiubynskiy Vinnytsia State Pedagogical University
(prot. No. 3, 17.10.2024)

Editorial Team

Serhii Bak, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine (Editor-in-Chief).

Mariana Kovtoniuk, Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine (Deputy Editor-in-Chief).

Victoria Dumenko, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine (Executive Secretary).

Oleh Buhrii, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Ivan Franko National University of Lviv, Lviv, Ukraine.

Anatoliy Vidmachenko, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine.

Alina Voievoda, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Volodymyr Dilnyi, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine.

Volodymyr Zabolotnyi, Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Vasyl Kasiyanenko, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine.

Halyna Kovtoniuk, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Alona Kolomiets, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine.

Ivan Konet, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Lesya Ukrainka Volyn National University, Lutsk, Ukraine.

Oleh Konoshevskiy, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Olena Kosovets, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Iryna Lovianova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Kryvyi Rih State Pedagogical University, Kryvyi Rih, Ukraine.

Oleksandr Melnychuk, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Mykola Gogol Nizhyn State University, Nizhyn, Ukraine.

Mykola Mokliuk, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Nadiia Olefirenko, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Kharkiv, Ukraine.

Andrii Ostapovets, PhD, Researcher, Institute of Physics of Materials of the Czech Academy of Sciences, Brno, Czech Republic.

Serhii Petrovych, Candidate of Pedagogical Sciences, Researcher, Tallinn University, Estonia.

Pavlo Pyliavskiy, PhD, Professor, University of Minnesota, Minneapolis, United States of America.

Anatoliï Silveistr, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

Fedir Sohatskyi, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Vasyl' Stus Donetsk National University, Vinnytsia, Ukraine.

Volodymyr Shchedryk, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Pidstryhach Institute of Applied Problems for Mechanics and Mathematics, National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv, Ukraine.

Viktor Shcherbakov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Vladimir Andrunakievich Institute of Mathematics and Computer Science, Moldova State University, Chisinau, Moldova.

Mathematics, Informatics, Physics: Science and Education. Vinnytsia: VSPU, 2024. Volume 1, No. 2. P. 99-227.

The journal publishes articles on physical, mathematical and pedagogical sciences in the following specialties: 111 Mathematics, 104 Physics and Astronomy, 014.04 Secondary Education (Mathematics), 014.08 Secondary Education (Physics and Astronomy), 014.09 Secondary Education (Computer Science), 015 Vocational Education (by specialization). Main thematic areas: 1) actual problems of mathematics; 2) actual problems of physics and astronomy; 3) theory and methods of teaching mathematics, computer science, physics and astronomy; 4) theory and methods of vocational education.

Publication Frequency: twice a year.

The category of readers is scientists, lecturers, teachers, graduate students and higher education students.

Founder and publisher: Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University.

Year of foundation: 2024.

Media Identifier R40-05379.

DOI: 10.31652/3041-1955.

ЗМІСТ / CONTENTS

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ / ACTUAL PROBLEMS OF MATHEMATICS

Сергій Бак, Галина Ковтонюк / Serhii Bak, Halyna Kovtoniuk

ІСНУВАННЯ ДОЗВУКОВИХ ПЕРІОДИЧНИХ БІЖУЧИХ ХВИЛЬ В ДИСКРЕТНИХ РІВНЯННЯХ ТИПУ КЛЕЙНА-ГОРДОНА З НЕЛОКАЛЬНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ / Existence of subsonic periodic traveling waves in discrete Klein-Gordon type equations with nonlocal interaction..... 99-110

Олександр Тимошенко, Іванна Леонова / Oleksandr Tymoshenko, Ivanna Leonova

КЛАС ГАЛІЛЕЄВОІНВАРІАНТНИХ СИСТЕМ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ / A class of Galilean invariant systems of ordinary differential equations of the second order..... 111-119

АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ / ACTUAL PROBLEMS OF PHYSICS AND ASTRONOMY

Анатолій Відьмаченко, Олександр Мозговий, Олексій Стеклов / Anatoliy Vidmachenko, Oleksandr Mozghovyi, Olexsii Steklov

ПРО МЕХАНІЗМИ МОЖЛИВОГО ПЕРІОДИЧНОГО ПЕРЕРЕЗПОДІЛУ ВОДЯНОГО ЛЬОДУ МІЖ ПОЛЯРНИМИ ШАПКАМИ МАРСА / On the mechanisms of possible periodic redistribution of water ice between the polar caps of Mars..... 120-128

Вікторія Думенко / Victoria Dumenko

МЕТОДИ НИЗЬКОЕНЕРГЕТИЧНОЇ ІНДУКОВАНОЇ ФЛЮОРЕСЦЕНЦІЇ ТА СПЕКТРОФОТОМЕТРІЇ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ КЛІТИН КРОВІ / Methods of low-energy induced fluorescence and spectrophotometry for the researching of blood cells..... 129-137

ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ, ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ / THEORY AND METHODS OF TEACHING MATHEMATICS, COMPUTER SCIENCE, PHYSICS AND ASTRONOMY

Олена Косовець, Дмитро Таскаєв / Olena Kosovets, Dmytro Taskaiev

МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАСИВІВ УЧНІВ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ: АНАЛІЗ ПІДРУЧНИКІВ З ІНФОРМАТИКИ / Methods of teaching masses of students of general secondary education institutions: analysis of computer science textbooks..... 138-146

Ірина Лов'янова, Олександр Васецький / Iryna Lovianova, Oleksandr Vasetskyi

ФОРМУВАННЯ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СТАРШОКЛАСНИКІВ У НАВЧАННІ ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН / Formation of key competencies of high school students in learning natural sciences..... 147-159

Микола Моклюк, Анатолій Сільвейстр, Ольга Моклюк / Mykola Mokliuk, Anatolii Silveistr, Olha Mokliuk

ДОМАШНІЙ ФІЗИЧНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ І МОЖЛИВОСТІ ЙОГО ПРОВЕДЕННЯ В СУЧАСНИХ УМОВАХ / Home physical experiment and its possibilities in modern conditions..... 160-170

Людмила Наконечна, Ярослав Наконечний, Катерина Поліщук / Liudmila Nakonechna, Yaroslav Nakonechny, Kateryna Polishchuk

ШЛЯХИ ПОПЕРЕДЖЕННЯ ТА ВИПРАВЛЕННЯ ПОМИЛОК УЧНІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ В КУРСІ АЛГЕБРИ 7-9 КЛАСІВ / Ways of preventing and correcting student mistakes when solving equations in the algebra course of grades 7-9..... 171-182

ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ ОСВІТИ / THEORY AND METHODS OF VOCATIONAL EDUCATION

Мар'яна Ковтонюк, Олена Соя / Marianna Kovtoniuk, Olena Soia

ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ КУЛЬТУРИ ВИКЛАДАЧА МАТЕМАТИКИ / Peculiarities of Formation of Professional Culture of Mathematics Teacher..... 183-199

Олег Коношевський / Oleh Konoshevskiy

ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО ЗАСТОСУВАННЯ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ В ОСВІТНЬОМУ ПРОЦЕСІ ЗАКЛАДІВ ЗАГАЛЬНОЇ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ / Training of future teachers of mathematics to the application of digital technologies in the educational process of general secondary education institutions.....	200-209
<i>Надія Олєфіренко, Юрій Гонтар / Nadiia Olefirenko, Yurii Hontar</i>	
ЗМІСТ ТА СТРУКТУРА КУРСУ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ІНФОРМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ / Content and structure of the course on the methodology of teaching informatics disciplines in higher education institutions	210-219
<i>Володимир Заболотний, Наталія Мисліцька / Volodymyr Zabolotnyi, Natalya Mislitska</i>	
АРХІТЕКТУРА СУЧАСНОГО НАВЧАЛЬНОГО ПОСІБНИКА ДЛЯ ВИЩОЇ ШКОЛИ: ВІД ІДЕЇ ДО РЕАЛІЗАЦІЇ / The architecture of a modern study guide for higher education: from idea to implementation.....	220-227

**АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ
МАТЕМАТИКИ**

Actual problems of mathematics

UDC 517.97

Existence of subsonic periodic traveling waves in discrete Klein–Gordon type equations with nonlocal interaction

Serhii Bak¹, Halyna Kovtoniuk²

¹Vinnitsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University,
 Department of Mathematics and Informatics, Vinnitsia, Ukraine
 sergiy.bak@vspu.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0003-1508-2144>

²Vinnitsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University,
 Department of Mathematics and Informatics, Vinnitsia, Ukraine
 kovtonyukgm@vspu.edu.ua

<https://orcid.org/0000-0002-3352-0358>

Abstract. The article deals with the discrete Klein-Gordon type equations that describe infinite chains of linearly coupled nonlinear oscillators with nonlocal interactions. It is assumed that each oscillator interacts with several of its neighbors on both sides. The main result concerns the existence of subsonic periodic traveling wave solutions in such equations. Sufficient conditions for the existence of such waves are established using the variational method and the linking theorem.

Keywords: subsonic periodic traveling waves, Klein-Gordon type equations, nonlocal interaction, critical points, linking theorem.

1. Introduction

In this paper, we consider the discrete Klein-Gordon type equations

$$\ddot{q}_n(t) - \sum_{j=1}^l c_j [q_{n+j}(t) + q_{n-j}(t) - 2q_n(t)] - dq_n(t) + f(q_n(t)) = 0, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (1)$$

where $q_n(t)$ is a generalized coordinate of the n -th oscillator at time t , $c_j, d > 0$, $j = 1, 2, \dots, l$, $f(r) = V'(r) \in C(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ and $V(r)$ is the on-site potential. Eq. (1) describes an infinite chains of linearly coupled nonlinear oscillators with nonlocal interaction, i.e., each oscillator interacts

with l neighbors on both sides. In the case $l = 1$ we obtain the discrete Klein-Gordon type equations with local interaction. Equations (1) form an infinite system of ordinary differential equations. We note that these systems are representative of a wide class of systems called lattice dynamical systems, which extensively studied in recent decades. Such systems are of interest in view of applications in physics [1, 18, 19, 22, 24, 29].

Besides, there are many works in which such systems are studied from a mathematical point of view. In particular, the existence of traveling waves, including periodic ones, in systems of linearly and nonlinearly coupled oscillators with local interactions on one-dimensional and two-dimensional lattices has been studied in the articles [3, 5, 6, 7, 8, 11, 16, 23, 25]. These models consider oscillators coupled with their nearest neighbors. Similar in structure and origin to discrete Klein-Gordon type equations are Fermi-Pasta-Ulam type systems. The conditions for the existence of periodic traveling waves in Fermi-Pasta-Ulam type systems with both local and nonlocal interactions on one-dimensional and two-dimensional lattices are established in the works [4, 12, 15, 26, 27, 30], among others. For the continuous Klein-Gordon equation, traveling waves were studied in [17], and standing waves in [21]. The existence of such waves for discrete Klein-Gordon type equations with saturable nonlinearities are studied in [10], and with power-type nonlinearities in [9]. Sufficient conditions for the existence of supersonic periodic traveling waves in Eq. (1) are established in [13].

2. Statement of problem and main assumptions

We are interested in solutions of the system (1) in the form of *traveling waves*:

$$q_n(t) = u(n - ct), \quad (2)$$

where the function $u(s)$ is called the *profile function* or simply *profile* of the wave, while the constant $c \neq 0$ is the *speed* of the wave.

Then, substituting (2) into (1), we obtain the equation

$$c^2 u''(s) - \sum_{j=1}^l c_j [u(s+j) + u(s-j) - 2u(s)] - du(s) + V'(u(s)) = 0, \quad (3)$$

where $s = n - ct$.

In what follows, a solution of Eq. (3) is understood as a function $u(s)$ from the space $C^2(\mathbb{R}; \mathbb{R})$ satisfying Eq. (3) for all $s \in \mathbb{R}$.

We consider the case of periodic traveling waves. The profile function of such wave satisfies the following periodicity condition

$$u(s + 2k) = u(s), \quad s \in \mathbb{R}, \quad (4)$$

where $k > 0$ is a real number.

For the potential V , we make the following assumption:

(h) $V \in C^1(\mathbb{R}; \mathbb{R})$, $V(0) = V'(0) = 0$, $V'(r) = o(r)$ as $r \rightarrow 0$ and there exists $\mu > 2$ such that

$$0 < \mu V(r) \leq V'(r)r, \quad r \neq 0.$$

We note that under condition (h) there exist constants $d_1 > 0$, $d_2 \geq 0$ (see [2], Lemma 3.1) such that

$$V(r) \geq d_1 |r|^\mu - d_2, \quad \mu > 2. \quad (5)$$

Consider the set

$$\Omega := \left\{ c > 0 \mid \min_{\xi \in \mathbb{R}} \sigma(\xi) \geq 0 \right\},$$

where

$$\sigma(\xi) = c^2 \xi^2 - 4 \sum_{j=1}^l c_j \sin^2 \frac{j\xi}{2} + d.$$

If $d > 0$ then Ω is non-empty.

An important role is played by quantity c_0 called the *speed of sound* in this system (see [27]) and defined by the equation

$$c_0 := \inf_{c > 0} \Omega.$$

The sufficient conditions for the existence of periodic traveling waves with the speed $c > c_0$ (i.e. the case of *supersonic* periodic traveling waves) were obtained in [13]. This was done using the critical point method and the mountain pass theorem. While in the present paper we study the case of *subsonic* periodic traveling waves (i.e. $0 < c \leq c_0$) with the aid of the linking theorem instead of the mountain pass theorem.

3. Variational setting

In a certain sense, Eq. (3) is the Euler-Lagrange equation for the action functional

$$J_k(u) = \int_{-k}^k \left\{ \frac{c^2}{2} |u'(s)|^2 - \sum_{j=1}^l \frac{c_j}{2} |u(s+j) - u(s)|^2 + \frac{d}{2} |u(s)|^2 - V(u(s)) \right\} ds, \quad (6)$$

defined on the Sobolev space of periodic functions

$$E_k := \{u \in H_{loc}^1(\mathbb{R}) \mid u(s+2k) = u(s)\}$$

with the norm

$$\|u\|_k = \left(\int_{-k}^k [|u(s)|^2 + |u'(s)|^2] ds \right)^{\frac{1}{2}}.$$

For simplicity denote

$$(A_j u)(s) := u(s+j) - u(s), \quad j = 1, 2, \dots, l.$$

These difference operators are bounded (see [2, 25]) and for every $u \in E_k$

$$\|A_j u\|_{L^2(-k,k)} \leq j \|u'\|_{L^2(-k,k)}, \quad \|A_j u\|_{L^\infty(-k,k)} \leq l_0(k) \|u'\|_{L^2(-k,k)},$$

with

$$l_0(k) = \begin{cases} j \sqrt{\left[\frac{1}{2k}\right] + 1}, & 0 < 2k < 1, \\ j, & 2k \geq 1, \end{cases}$$

where $\left[\frac{1}{2k}\right]$ denotes the integer part of $\frac{1}{2k}$.

The following lemma can be obtained by a straightforward calculation (see [2], Lemmas 4.2, 4.3):

Lemma 1. *Under assumption (h) the functional J is C^1 on E_k and*

$$J'_k(u)h = \int_{-k}^k \left\{ c^2 u'(s)h'(s) + \sum_{j=1}^l c_j [u(s+j) + u(s-j) - 2u(s)]h(s) + du(s)h(s) - V'(u(s))h(s) \right\} ds$$

for $u, h \in E_k$.

Moreover, any critical point of the functional J_k is a solution of Eq. (3) satisfying (4).

Thus, to establish the existence of solutions to Eq. (3) satisfying (4), it is suffice to prove the existence of nontrivial critical points of the functional J_k . This requires the linking theorem.

Let $I : H \rightarrow \mathbb{R}$ be a C^1 -functional on a Hilbert space H with the norm $\|\cdot\|$.

We say that I satisfies the *Palais-Smale condition*, if the following condition is satisfied:

(PS): *Let $\{u_n\} \subset H$ be a such sequence that $\{I(u_n)\}$ is bounded and $I'(u_n) \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$. Then $\{u_n\}$ contains a convergent subsequence.*

Note that, since a bounded sequence has a convergent subsequence, we can assume without loss of generality that the sequence $\{I(u_n)\}$ converges.

Definition 2. A sequence $\{u_n\}$ of points in a Hilbert space H is called a *Palais-Smale sequence* for a functional I at some level b if $I(u_n) \rightarrow b$ and $I'(u_n) \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$.

Let $H = Y \oplus Z$, $\rho > r > 0$ and $z \in Z$ such that $\|z\| = r$. Define

$$M := \{u = y + \lambda z : y \in Y, \|u\| \leq \rho, \lambda \geq 0\}$$

and

$$M_0 := \{u = y + \lambda z : y \in Y, \|u\| = \rho \text{ i } \lambda \geq 0, \text{ ààà } \|u\| \leq \rho, \lambda = 0\},$$

i.e. M_0 is the boundary of M . Let

$$N := \{u \in Z : \|u\| = r\}.$$

We suppose that

$$\beta := \inf_{u \in N} I(u) > \alpha := \sup_{u \in M_0} I(u).$$

In this situation we say that I possesses the *linking geometry*.

Theorem 3 (linking theorem, [28, 31]). *Suppose that a C^1 -functional $I : H \rightarrow \mathbb{R}$ satisfies the Palais-Smale condition and possesses the linking geometry. Then there exists a critical point $u \in H$ of the functional I with the corresponding critical value*

$$b = \inf_{\gamma \in \Gamma} \max_{u \in M} I(\gamma(u)),$$

where $\Gamma := \{\gamma \in C(M, H) : \gamma|_{M_0} = id\}$. Furthermore,

$$\beta \leq b \leq \sup_{u \in M} I(u).$$

4. Main result

The main result of this paper is the following theorem that establishes the existence of subsonic periodic waves.

Theorem 4. *Assume (h) and $d > 0$. Then for every $k > 0$ and $c \in (0, c_0]$ Eq. (3) has a nontrivial solution satisfying (4).*

Let's show that the conditions of the linking theorem are satisfied for the functional J_k .

Lemma 5. *Under the assumptions of Theorem 4 the functional J_k satisfies the Palais-Smale condition.*

Proof. Step 1. Let $\{u_n\} \subset E_k$ be a Palais-Smale sequence at some level b , i.e. $I(u_n) \rightarrow b$ and $I'(u_n) \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$. Choose $\beta \in (\mu^{-1}, 2^{-1})$. It is easy to see that $\|J'_k(u_n)\|_{k,*} \leq 1$ and $|J_k(u_n)| \leq b + 1$ for n large enough. Then for such n we have

$$\begin{aligned} b + 1 + \beta \|u_n\|_k &\geq J_k(u_n) - \beta J'_k(u_n)u_n = \\ &= \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \int_{-k}^k \left\{ c^2 |u'_n(s)|^2 - \sum_{j=1}^l c_j |(A_j u_n)(s)|^2 + d |u_n(s)|^2 \right\} ds + \\ &\quad + \int_{-k}^k \{ \beta V'(u_n(s))u_n(s) - V(u_n(s)) \} ds. \end{aligned}$$

We can assume without loss of generality that all c_j have a fixed sign.

If $c_j \leq 0, j = 1, 2, \dots, l$, then

$$\begin{aligned} J_k(u_n) - \beta J'_k(u_n)u_n &\geq \\ &\geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \int_{-k}^k \{ c^2 |u'_n(s)|^2 + d |u_n(s)|^2 \} ds \geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \alpha_0 \|u_n\|_k^2, \end{aligned}$$

where $\alpha_0 = \min\{c^2; d\}$. Hence,

$$b + 1 + \beta \|u_n\|_k \geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \alpha_0 \|u_n\|_k^2,$$

and this implies that $\{u_n\}$ is bounded in E_k .

If $c_j > 0, j = 1, 2, \dots, l$, then, given (h) and (5), we have

$$\begin{aligned} J_k(u_n) - \beta J'_k(u_n)u_n &= \\ &= \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \left(c^2 \|u'_n\|_{L^2(-k,k)}^2 - \sum_{j=1}^l c_j \|A_j u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 + d \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \right) + \\ &\quad + \int_{-k}^k \{ \beta V'(u_n(s))u_n(s) - V(u_n(s)) \} ds \geq \\ &\geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \left(c^2 \|u'_n\|_{L^2(-k,k)}^2 - \sum_{j=1}^l c_j \|A_j u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 + d \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{-k}^k \{\beta\mu V(u_n(s)) - V(u_n(s))\} ds \geq \\
 & = \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \left(c^2 \|u'_n\|_{L^2(-k,k)}^2 - \sum_{j=1}^l c_j \|A_j u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 + d \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \right) + \\
 & \quad + (\beta\mu - 1) \int_{-k}^k V(u_n(s)) ds \geq \\
 & \geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \left(c^2 \|u'_n\|_{L^2(-k,k)}^2 - \sum_{j=1}^l c_j \|A_j u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 + d \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \right) + \\
 & \quad + C_1 \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu - C_2,
 \end{aligned}$$

where $C_1 > 0$ and $C_2 > 0$. Since $\mu > 2$,

$$\|A_j u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \leq 4 \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 \leq C \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^2 \leq K(\varepsilon) + \varepsilon \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu,$$

where $K(\varepsilon) \rightarrow \infty$ as $\varepsilon \rightarrow 0$. Then

$$\begin{aligned}
 b + 1 + \beta \|u_n\|_k & \geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) c^2 \|u'_n\|_{L^2(-k,k)}^2 + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) d \|u_n\|_{L^2(-k,k)}^2 - \\
 & - \varepsilon \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \sum_{j=1}^l c_j \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \sum_{j=1}^l c_j K(\varepsilon) + \\
 & \quad + C_1 \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu - C_2 = \\
 & \quad = \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \alpha_0 \|u_n\|_k^2 - \\
 & - \varepsilon \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \sum_{j=1}^l c_j \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu - \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \sum_{j=1}^l c_j K(\varepsilon) + \\
 & \quad + C_1 \|u_n\|_{L^\mu(-k,k)}^\mu - C_2.
 \end{aligned}$$

Choosing ε small enough, we obtain

$$b + 1 + \beta \|u_n\|_k \geq \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \alpha_0 \|u_n\|_k^2 - C_0.$$

The last inequality implies that u_n is bounded.

Step 2. Since $\{u_n\}$ is bounded in Hilbert space E_k then, up to a subsequence (with the same denotation), $u_n \rightarrow u$ weakly in E_k , hence, $A_j u_n \rightarrow A_j u$ ($j = 1, 2, \dots, l$) weakly in E_k , and strongly in $L^2(-k, k)$ and $C([-k, k])$ (by the compactness of Sobolev embedding). A straightforward calculation shows that

$$c^2 \|u_n - u\|_k^2 = \int_{-k}^k [c^2 (u'_n(s) - u'(s))^2 + c^2 (u_n(s) - u(s))^2] ds =$$

$$\begin{aligned}
 &= (J'_k(u_n) - J'_k(u))(u_n - u) + \sum_{j=1}^l c_j \|A_j u_n - A_j u\|_{L^2(-k,k)}^2 - \\
 &- d \|u_n - u\|_{L^2(-k,k)}^2 + \int_{-k}^k [V'(u_n(s)) - V'(u(s))](u_n(s) - u(s)) ds.
 \end{aligned}$$

Obviously that all the terms on the right hand part converge to 0 (first and last by weak convergence, second and third terms converge to 0 by strong convergence). Thus, $\|u_n - u\|_k \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$, and proof is complete. \square

Lemma 6. *Under the assumptions of Theorem 4 the functional J_k possesses the linking geometry.*

Proof. Consider the operator L defined by

$$(Lu)(s) := -c^2 u''(s) + \sum_{j=1}^l c_j [u(s+j) + u(s-j) - 2u(s)] + du(s).$$

Elementary Fourier analysis shows that L is a self-adjoint operator in $L^2(-k; k)$, bounded below and that L has discrete spectrum which accumulated at $+\infty$, i.e., there is a finite number of eigenvalues below zero. We note that all eigenvalues with nonconstant eigenfunctions are double. Let Z be the subspace of E_k formed by eigenfunctions with positive eigenvalues, and let Y be the subspace of E_k formed by eigenfunctions with non-positive eigenvalues. It is easy to verify that $Y \perp Z$ and $E_k = Y \oplus Z$.

Step 1. We write the functional J_k in the form

$$J_k(u) = \frac{1}{2} \Psi_k(u) - \int_{-k}^k V(u(s)) ds,$$

where

$$\Psi_k(u) = \int_{-k}^k \left[c^2 |u'(s)|^2 - \sum_{j=1}^l c_j |u(s+j) - u(s)|^2 + d |u(s)|^2 \right] ds.$$

It is obvious that

$$\Psi_k(y+z) = \Psi_k(y) + \Psi_k(z),$$

where $y \in Y, z \in Z$, and the quadratic form Ψ_k is positive on Z , i.e.,

$$\Psi_k(u) \geq \alpha \|u\|_k^2, \quad u \in Z,$$

where $\alpha > 0$. Assumption (h) implies that, given $\varepsilon > 0$, there exists $r_0 > 0$ such that

$$|V(r)| \leq \varepsilon r^2,$$

if $|r| \leq r_0$. Then

$$J_k(u) \geq \Psi_k(u) - \varepsilon \int_{-k}^k |u|^2 ds \geq \Psi_k(u) - \varepsilon \|u\|_k^2 \geq \beta \|u\|_k^2,$$

where $\beta > 0$. Therefore,

$$J_k(u) > 0$$

on $N = \{u \in Z : \|u\|_k = r\}$ provided that $r > 0$ is small enough.

Step 2. Now we fix $z \in Z$, $\|z\|_k = 1$ and set

$$M = \{u = y + \lambda z : y \in Y, \|u\|_k \leq \rho, \lambda \geq 0\}.$$

We prove that $J_k(u) \leq 0$ on $M_0 = \partial M$ provided that ρ is large enough. Recall that

$$M_0 = \{u = y + \lambda z : y \in Y, \|u\|_k = \rho \text{ and } \lambda \geq 0, \text{ or } \|u\|_k \leq \rho \text{ and } \lambda = 0\}.$$

Then

$$J_k(y + \lambda z) = \Psi_k(y) + \lambda^2 \Psi_k(z) - \int_{-k}^k V(y(s) + \lambda z(s)) ds.$$

Since $\Psi_k(y) \leq 0$ and given (5), we have

$$J_k(y + \lambda z) \leq \lambda^2 \gamma_0 + 2kd_2 - d_1 \|y + \lambda z\|_{L^\mu}^\mu,$$

where $\gamma_0 = \Psi_k(z)$. Since

$$\rho^2 = \|y + \lambda z\|_k^2 = \|y\|_k^2 + \lambda^2,$$

then $\lambda^2 \leq \rho^2$. Moreover, on finite dimensional spaces all norms are equivalent. Hence,

$$\|y + \lambda z\|_{L^\mu} \geq c \|y + \lambda z\|_k = c\rho$$

and

$$J_k(y + \lambda z) \leq \gamma_0 \rho^2 + 2kd_2 - d_1 c^\mu \rho^\mu.$$

Since $\mu > 2$, the right hand part here is negative if ρ is large enough. Therefore, $J_k(y + \lambda z) \leq 0$. If $u \in M_0$, $\|u\|_k \leq \rho$ and $\lambda = 0$, then $u = y \in Y$ and, obviously, $J_k(u) \leq 0$.

Thus, J_k possesses the linking geometry, and the lemma is proved. □

Proof of Theorem 4. Due to Lemma 5 and Lemma 6, the functional J_k satisfies all conditions of linking theorem. Hence, J_k has a nontrivial critical point $u \in E_k$. By Lemma 1, u is a C^2 -solution of equation (3) satisfying (4). The proof is complete. □

Conclusions. Thus, in the present paper a result on the existence of nontrivial subsonic periodic traveling waves in discrete Klein-Gordon type equations with nonlocal interaction is obtained.

Conflict of interest and ethics. The authors declare no conflict of interests. The authors also declare full adherence to all journal research ethics policies, namely involving the participation of human subjects anonymity and/ or consent to publish.

Acknowledgements. The authors declare no special funding for this work.

References

1. Aubry, S. (1997). *Breathers in nonlinear lattices: Existence, linear stability and quantization*, Physica D., **103**, 201–250. [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(96\)00261-8](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(96)00261-8)
2. Bak, S. M. (2020). *Discrete infinite-dimensional Hamiltonian systems on a two-dimensional lattice, Doctor's thesis*, VSPU, Vinnytsia. [in Ukrainian]
3. Bak, S. M. (2011). *Existence of periodic traveling waves in a system of nonlinear oscillators placed on a two-dimensional lattice*, Mat. Stud., **35** (1), 60–65. [in Ukrainian]
4. Bak, S. M. (2012). *Existence of periodic traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam system on a two-dimensional lattice*, Mat. Stud., **37** (1), 76–88. [in Ukrainian]

5. Bak, S. M. (2014). *Existence of subsonic periodic traveling waves in a system of nonlinearly coupled nonlinear oscillators on a two-dimensional lattice*, Mathematical and Computer Modelling. Series: Physical and Mathematical Sciences, **10**, 17–23. [in Ukrainian]
6. Bak, S. (2022). *Periodic traveling waves in the system of linearly coupled nonlinear oscillators on 2D lattice*, Archivum Mathematicum, **58** (1), 1–13. <https://doi.org/10.5817/AM2022-1-1>
7. Bak, S. (2022). *Periodic traveling waves in a system of nonlinearly coupled nonlinear oscillators on a two-dimensional lattice*, Acta Mathematica Universitatis Comenianae, **91** (3), 225–234.
8. Bak, S. M. (2007). *Periodic traveling waves in chains of oscillators*, Communications in Mathematical Analysis, **3** (1), 19–26.
9. Bak, S. M. (2021). *Standing waves in discrete Klein–Gordon type equations with power nonlinearities*, Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series of Mathematics and Informatics, **39** (2), 7–21. [in Ukrainian]. [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39\(2\).7-21](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39(2).7-21)
10. Bak, S. M. (2021). *Standing waves in discrete Klein–Gordon type equations with saturable nonlinearities*. Mathematical and Computer Modelling. Series: Physical and Mathematical Sciences, **22**, 5–19. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.32626/2308-5878.2021-22.5-19>
11. Bak, S. M. (2006). *Traveling waves in chains of oscillators*, Mat. Stud., **26** (2), 140–153. [in Ukrainian]
12. Bak, S. M., Kovtonyuk, G. M. (2022). *Existence of periodic traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam type systems on 2D-lattice with saturable nonlinearities*, J. Math. Sci., **260** (5), 619–629. <https://doi.org/10.1007/s10958-022-05715-0>
13. Bak, S., Kovtoniuk, H. (2024). *Existence of supersonic periodic traveling waves in discrete Klein–Gordon type equations with nonlocal interaction*, Mathematics, Informatics, Physics: Science and Education, **1** (1), 1–12.
14. Bak, S.M., Kovtonyuk, G.M. (2024). *Solitary traveling waves in Fermi-Pasta-Ulam type systems with nonlocal interaction on a 2D-lattice*, J. Math. Sci., **282** (1), 1–12. <https://doi.org/10.1007/s10958-024-07164-3>
15. Bak, S. M., Kovtonyuk, G. M. (2023). *Periodic traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam type systems with nonlocal interaction on 2d-lattice*, Mat. Stud., **60** (2), 180–190. <https://doi.org/10.30970/ms.60.2.180-190>
16. Bak, S. N., Pankov, A. A. (2011). *Traveling waves in systems of oscillators on 2D-lattices*, J. Math. Sci., **174** (4), 916–920. <https://doi.org/10.1007/s10958-011-0310-1>
17. Bates, P., Zhang, C. (2006). *Traveling pulses for the Klein–Gordon equation on a lattice or continuum with long-range interaction*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, **16** (1), 235–252. <https://doi.org/10.3934/dcds.2006.16.235>
18. Braun, O. M., Kivshar, Y. S. (1998). *Nonlinear dynamics of the Frenkel–Kontorova model*, Physics Reports, **306**, 1–108. [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(98\)00029-5](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(98)00029-5)
19. Braun, O. M., Kivshar, Y. S. (2004). *The Frenkel–Kontorova model*, Springer, Berlin, 2004.
20. Fečkan, M., Rothos, V. (2007). *Traveling waves in Hamiltonian systems on 2D lattices with nearest neighbour interactions*, Nonlinearity, **20**, 319–341.
21. Ghimenti, M., Le Coz, S., Squassina, M. (2013). *On the stability of standing waves of Klein-Gordon equations in a semiclassical regime*, Discr. Cont. Dyn. Sys., **33** (6), 2389–2401. <https://doi.org/10.3934/dcds.2013.33.2389>
22. Henning, D., Tsironis, G. (1999). *Wave transmission in nonlinear lattices*, Physics Repts., **309**, 333–432.
23. Iooss, G., Kirschgässner, K. (2000). *Traveling waves in a chain of coupled nonlinear oscillators*, Commun. Math. Phys., **211**, 439–464. <https://doi.org/10.1007/s002200050821>
24. Iooss, G., Pelinovsky, D. (2006). *Normal form for travelling kinks in discrete Klein-Gordon lattices*, Physica D, **216**, 327–345. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2006.03.012>
25. Makita, P. D. (2011). *Periodic and homoclinic travelling waves in infinite lattices*, Nonlinear Analysis, **74**, 2071–2086. <https://doi.org/10.1016/j.na.2010.11.011>
26. Pankov, A. (2005). *Traveling Waves and Periodic Oscillations in Fermi–Pasta–Ulam Lattices*, Imperial College Press, London–Singapore.
27. Pankov, A. (2019). *Traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam chains with nonlocal interaction*, Discr. Cont. Dyn. Sys., **12** (7), 2097–2113. <https://doi.org/10.3934/dcdss.2019135>
28. Rabinowitz, P. (1986). *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations*, American Math. Soc., Providence, R. I.

29. Rapti, Z. (2013). *Multibreather stability in discrete Klein–Gordon equations: Beyond nearest neighbor interactions*, Physics Letters A, **377**, 1543–1553. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.04.035>
30. Wattis, J. A. D. (1996). *Approximations to solitary waves on lattices: III. The monoatomic lattice with second-neighbour interaction*, J. Phys. A: Math. Gen., **29**, 8139–8157. <https://doi.org/10.1088/0305-4470/29/24/035>
31. Willem, M. (1996). *Minimax theorems*, Birkhäuser, Boston.

УДК 517.97

Існування дозвукових періодичних біжучих хвиль в дискретних рівняннях типу Клейна–Гордона з нелокальною взаємодією

Сергій Бак, Галина Ковтонюк

Анотація. Стаття присвячена вивченню дискретних рівнянь типу Клейна–Гордона, які описують нескінченні ланцюги лінійно зв'язаних нелінійних осциляторів з нелокальною взаємодією. Припускається, що кожен осцилятор взаємодіє з кількома своїми сусідами з обох боків. Основний результат стосується існування розв'язків в таких рівняннях у вигляді дозвукових періодичних біжучих хвиль. За допомогою варіаційного методу з теоремою про зачеплення встановлено достатні умови існування таких хвиль.

Ключові слова: дозвукові періодичні біжучі хвилі, рівняння типу Клейна–Гордона, нелокальна взаємодія, критичні точки, теорема про зачеплення.

Список використаних джерел

1. Aubry S. Breathers in nonlinear lattices: Existence, linear stability and quantization. *Physica D*. 1997. Vol. 103. P. 201–250. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0167-2789\(96\)00261-8](https://doi.org/10.1016/S0167-2789(96)00261-8)
2. Бак С. М. Дискретні нескінченновимірні гамільтонові системи на двовимірній ґратці: дис. ... докт. фіз.-мат. наук: 01.01.02. Вінниця, 2020. 336 с.
3. Бак С. М. Існування періодичних біжучих хвиль в системі нелінійних осциляторів, розміщених на двовимірній ґратці. *Математичні студії*. 2011. Т. 35, № 1. С. 60–65.
4. Бак С. М. Існування періодичних біжучих хвиль в системі Фермі–Пасти–Улама на двовимірній ґратці. *Математичні студії*. 2012. Т. 37, № 1. С. 76–88.
5. Бак С. М. Існування дозвукових періодичних біжучих хвиль в системі нелінійно зв'язаних нелінійних осциляторів на двовимірній ґратці. *Математичне та комп'ютерне моделювання*. Серія: Фізико-математичні науки. 2014. Вип. 10. С. 17–23.
6. Bak S. Periodic traveling waves in the system of linearly coupled nonlinear oscillators on 2D lattice. *Archivum Mathematicum*. 2022. Vol. 58, № 1. P. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.5817/AM2022-1-1>
7. Bak S. Periodic traveling waves in a system of nonlinearly coupled nonlinear oscillators on a two-dimensional lattice. *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*. 2022. Vol. 91, № 3. P. 225–234.
8. Bak S. M. Periodic traveling waves in chains of oscillators. *Communications in Mathematical Analysis*. 2007. Vol. 3, № 1. P. 19–26.
9. Бак С. М. Стоячі хвилі в дискретних рівняннях типу Клейна–Гордона зі степеневими нелінійностями. *Науковий вісник Ужгородського університету*. Серія: Математика та інформатика. 2021. Том 39, № 2. С. 7–21. DOI: [https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39\(2\).7-21](https://doi.org/10.24144/2616-7700.2021.39(2).7-21)
10. Бак С. М. Стоячі хвилі в дискретних рівняннях типу Клейна–Гордона із насичуваними нелінійностями. *Математичне та комп'ютерне моделювання*. Серія: Фізико-математичні науки. 2021. Вип. 22. С. 5–19. DOI: <https://doi.org/10.32626/2308-5878.2021-22.5-19>
11. Бак С. М. Біжучі хвилі в ланцюгах осциляторів. *Математичні студії*. 2006. Т. 26, № 2. С. 140–153.
12. Bak S. M., Kovtonyuk G. M. Existence of periodic traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam type systems on 2D-lattice with saturable nonlinearities. *J. Math. Sci.* 2022. Vol. 260, № 5. P. 619–629. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-022-05715-0>

13. Бак С., Ковтонюк Г. Існування надзвукових періодичних біжучих хвиль в дискретних рівняннях типу Клейна–Гордона з нелокальною взаємодією. *Математика, інформатика, фізика: наука та освіта*. 2024. Т.1, № 1. С. 1–12.
14. Bak S. M., Kovtonyuk G. M. Solitary traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam type systems with nonlocal interaction on a 2D-lattice. *J. Math. Sci.* 2024. Vol. 282, № 1. P. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-024-07164-3>
15. Bak S. M., Kovtonyuk G. M. Periodic traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam type systems with nonlocal interaction on 2d-lattice. *Mat. Stud.* 2023. Vol. 60, № 2. P. 180–190. DOI: <https://doi.org/10.30970/ms.60.2.180-190>
16. Bak S. N., Pankov A. A. Traveling waves in systems of oscillators on 2D-lattices. *J. Math. Sci.* 2011. Vol. 174, № 4. P. 916–920. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-011-0310-1>
17. Bates P., Zhang C. Traveling pulses for the Klein–Gordon equation on a lattice or continuum with long-range interaction. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*. 2006. Vol. 16, № 1. P. 235–252. DOI: <https://doi.org/10.3934/dcds.2006.16.235>
18. Braun O. M., Kivshar Y. S. Nonlinear dynamics of the Frenkel–Kontorova model. *Physics Reports*. 1998. Vol. 306. P. 1–108. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(98\)00029-5](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(98)00029-5)
19. Braun O. M., Kivshar Y. S. The Frenkel–Kontorova model. Berlin: Springer, 2004. 427 p.
20. Fečkan M., Rothos V. Traveling waves in Hamiltonian systems on 2D lattices with nearest neighbour interactions. *Nonlinearity*. 2007. Vol. 20. P. 319–341.
21. Ghimenti M., Le Coz S., Squassina M. On the stability of standing waves of Klein–Gordon equations in a semiclassical regime. *Discr. Cont. Dyn. Sys.* 2013. Vol. 33, № 6. P. 2389–2401. DOI: <https://doi.org/10.3934/dcds.2013.33.2389>
22. Henning D., Tsironis G. Wave transmission in nonlinear lattices. *Physics Repts*. 1999. Vol. 309. P. 333–432.
23. Iooss G., Kirschgässner K. Traveling waves in a chain of coupled nonlinear oscillators. *Commun. Math. Phys.* 2000. Vol. 211. P. 439–464. DOI: <https://doi.org/10.1007/s002200050821>
24. Iooss G., Pelinovsky D. Normal form for travelling kinks in discrete Klein–Gordon lattices. *Physica D*. 2006. Vol. 216. P. 327–345. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2006.03.012>
25. Makita P. D. Periodic and homoclinic travelling waves in infinite lattices. *Nonlinear Analysis*. 2011. Vol. 74. P. 2071–2086. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.na.2010.11.011>
26. Pankov A. Traveling Waves and Periodic Oscillations in Fermi–Pasta–Ulam Lattices. London–Singapore: Imperial College Press, 2005. 196 p.
27. Pankov A. Traveling waves in Fermi–Pasta–Ulam chains with nonlocal interaction. *Discrete Contin. Dyn. Syst.* 2019. Vol. 12, № 7. P. 2097–2113. DOI: <https://doi.org/10.3934/dcdss.2019135>
28. Rabinowitz P. Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations. Providence, R. I.: American Math. Soc. 1986. 100 p.
29. Rapti Z. Multibreather stability in discrete Klein–Gordon equations: Beyond nearest neighbor interactions. *Physics Letters A*. 2013. Vol. 377. P. 1543–1553. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2013.04.035>
30. Wattis J. A. D. Approximations to solitary waves on lattices: III. The monoatomic lattice with second-neighbour interaction. *J. Phys. A: Math. Gen.* 1996. Vol. 29. P. 8139–8157. DOI: <https://doi.org/10.1088/0305-4470/29/24/035>
31. Willem M. Minimax theorems. Boston: Birkhäuser. 1996. 162 p.

Про авторів / About the authors

Сергій Бак, доктор фізико-математичних наук, професор, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозько, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Serhii Bak, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Галина Ковтонюк, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозько, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Halyna Kovtoniuk, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 11.07.2024
Доопрацьовано / Revised 16.08.2024

УДК 517.9

Клас галілеєвоінваріантних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку

Олександр Тимошенко¹, Іванна Леонова²

¹ Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
tymosholeksandr@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0001-5493-5202>

² Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
leonovaim@vspu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0002-0319-1370>

Анотація. Стаття присвячена побудові класу галілеєвоінваріантних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Для цього використано симетрійний аналіз рівняння Ньютона-Лоренца та на основі інваріантності даного рівняння побудовано клас систем диференціальних рівнянь, частинним випадком якого є рівняння Ньютона-Лоренца, інваріантних відносно алгебри Галілея.

Ключові слова: алгебра Лі, алгебра Галілея, інваріантні системи, диференціальні рівняння.

1. Вступ

Знаходження групи симетрії і відповідної їй алгебри інваріантності системи звичайних диференціальних рівнянь є однією із важливих проблем сучасного математичного аналізу. Наявність класичної групи симетрії у системі звичайних диференціальних рівнянь дає можливість за допомогою відомих алгоритмів будувати як частинні, так і загальні розв'язки таких систем.

Важливий теоретичний і практичний інтерес становить задача знаходження диференціальних рівнянь або системи диференціальних рівнянь, які інваріантні відносно класичних алгебр Лі (Галілея, Пуанкаре, Шредінгера та інші).[7]

Мета статті – побудова класу галілеєвоінваріантних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.

Використаємо симетрійний аналіз нерелятивістського рівняння Ньютона-Лоренца

$$m\vec{\ddot{x}} = e \left\{ \vec{E} + \left[\vec{\dot{x}}H \right] \right\}, \quad (1)$$

де $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ – координатні частинки, \vec{E} , \vec{H} – функції від часу і координат, $m = m_0 = const$ – маса частинки, e – заряд частинки, $\dot{\vec{x}} = \frac{d\vec{x}}{dt}$, $\ddot{\vec{x}} = \frac{d\dot{\vec{x}}}{dt}$, $[\vec{a}\vec{b}]$ – позначає векторний добуток векторів \vec{a} і \vec{b} .

2. Постановка задачі

Розглянемо детальніше теореми та наслідки з них, що стосуються симетрійного аналізу нерелятивістського рівняння Ньютона-Лоренца.

Теорема 1. [2] *Максимальною алгеброю інваріантності рівняння (1) в класі диференційовних операторів першого порядку $\hat{Q}_2 = \xi^0 \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x_k} + \eta^{1k} \frac{\partial}{\partial H_k} + \eta^{2k} \frac{\partial}{\partial E_k}$ буде нескінченна алгебра Лі, котра задається операторами вигляду $\hat{Q}_2 = \xi^0 \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x_k} + \eta^{1k} \frac{\partial}{\partial H_k} + \eta^{2k} \frac{\partial}{\partial E_k}$ з коефіцієнтними функціями*

$$\xi^0 = \xi^0(t),$$

$$\xi^a = \left(\frac{1}{2} \xi_0^0 + \lambda \right) x_a + C^{ab}(t) x_b + d^a(t),$$

$$\eta^{1a} = C^{ab}(t) H_b - \xi_0^0 H_a + \frac{m}{e} \varepsilon_{abc} C_0^{bc}(t) \quad (2)$$

$$\eta^{2a} = C^{ab}(t) E_b - \frac{3}{2} \xi_0^0 E_a + \varepsilon_{abc} H_c \left(\frac{1}{2} \xi_{00}^0 x_b + C_0^{bc}(t) x_c + d_0^b(t) \right) + \frac{m}{e} \left(\frac{1}{2} \xi_{000}^0 x_a + C_{00}^{ab}(t) x_b + d_{00}^a(t) \right) + \lambda E_a,$$

де $\xi^a(t)$, $d^a(t)$ – довільні функції, $\lambda = const$, $C^{ab}(t) + C^{ba}(t) = 0$, $C^{aa} = 0$, $C^{ab} = \frac{\partial \xi^a}{\partial x_b}$,

$$C_0^{ab} = \frac{\partial^2 \xi^a}{\partial x_b \partial t}, \quad \xi_0^0 = \frac{\partial \xi^0}{\partial t}, \quad \xi_{00}^0 = \frac{\partial \xi_0^0}{\partial t}, \quad \xi_{00}^0 = \frac{\partial^2 \xi^0}{\partial t^2}, \quad \xi_{000}^0 = \frac{\partial^3 \xi^0}{\partial t^3}, \quad C_{00}^{ab} = \frac{\partial^3 \xi^a}{\partial x_b \partial t^2}.$$

Наслідок 1. [4] *Алгебра Лі $AG(1,3)$, базисні елементи якої задаються формулами*

$$P_0 = \frac{\partial}{\partial t}, \quad P_a = \frac{\partial}{\partial x_a}, \quad G_a = t \frac{\partial}{\partial x_a} + \varepsilon_{abc} H_c \frac{\partial}{\partial E_b}, \quad (3)$$

$$I_{ab} = x_b \frac{\partial}{\partial x_a} - x_a \frac{\partial}{\partial x_b} + E_a \frac{\partial}{\partial E_a} - E_a \frac{\partial}{\partial E_b} + H_b \frac{\partial}{\partial H_a} - H_a \frac{\partial}{\partial H_b},$$

є підалгеброю алгебри інваріантності рівнянь (1).

Наслідок 2. [4] *Алгебра Лі $AG_1(1,3)$, базисні елементи якої задаються формулами (3) і операторами D – дилатації, та A – проєктивним, де*

$$D = 2t \frac{\partial}{\partial t} + x_a \frac{\partial}{\partial x_a} - 3E_a \frac{\partial}{\partial E_a} - 2H_a \frac{\partial}{\partial H_a}, \quad (4)$$

$$A = t^2 \frac{\partial}{\partial t} + tx_a \frac{\partial}{\partial x_a} - 2tH_a \frac{\partial}{\partial H_a} - (3tE_a + \varepsilon_{abc} x_b H_c) \frac{\partial}{\partial E_a}, \quad (5)$$

є підалгеброю алгебри інваріантності рівнянь (1).

Наслідок 3. [4] Алгебра Лі $AG_2(1,3)$, базисні елементи якої задаються формулами (3) – (5) і оператором

$$D_1 = t \frac{\partial}{\partial t} - H_a \frac{\partial}{\partial H_a} - 2E_a \frac{\partial}{\partial E_a}, \quad (6)$$

є підалгеброю алгебри інваріантності рівнянь (1).

Виявляється важливим також досліджувати симетрійні властивості рівнянь вигляду

$$m\ddot{x} = e \left\{ \bar{H} + [\bar{E}\dot{x}] \right\}, \quad (7)$$

які, як неважко помітити, отримуються з рівнянь (1) заміною \bar{E} на \bar{H} і \bar{H} на $-\bar{E}$.

Теорема 2. Максимальною алгеброю інваріантності рівнянь $m\ddot{x} = \lambda_1 \left\{ \bar{E} + [\dot{x}\bar{H}] \right\} + \lambda_2 \left\{ \bar{H} + [\bar{E}\dot{x}] \right\}$ в класі диференціальних операторів першого порядку $\hat{Q}_2 = \xi^0 \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x_k} + \eta^{1k} \frac{\partial}{\partial H_k} + \eta^{2k} \frac{\partial}{\partial E_k}$ є нескінченновимірна алгебра Лі, яка задається операторами виду $\hat{Q}_2 = \xi^0 \frac{\partial}{\partial t} + \xi^k \frac{\partial}{\partial x_k} + \eta^{1k} \frac{\partial}{\partial H_k} + \eta^{2k} \frac{\partial}{\partial E_k}$ з коефіцієнтними функціями

$$\begin{aligned} \xi^0 &= \xi^0(t), \\ \xi^a &= \left(\frac{1}{2} \xi_0^0 + \lambda \right) x_a + C^{ab}(t) x_b + d^a(t), \\ \eta^{1a} &= \frac{\lambda_1 m}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \varepsilon_{abc} C^{bc}(t) + \frac{\lambda_2 m}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left(\frac{1}{2} \xi_{000}^0(t) x_a + C_{00}^{ab}(t) x_b + d_{00}^a(t) \right) - \\ &- \frac{1}{2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \left(\lambda_1 \lambda_2 E_a + (3\lambda_2^2 + 2\lambda_1^2) H_a \right) \xi_0^0(t) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} [(\lambda_1 H - \lambda_2 E) \xi_0]_a + \\ &+ H_b C^{ab}(t) + \lambda \lambda_2 H_a, \\ \eta^{2a} &= \frac{\lambda_2 m}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \varepsilon_{abc} C_0^{cc}(t) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left(\frac{1}{2} \xi_{000}^0(t) x_a + C_{00}^{ab}(t) x_b + d_{00}^a(t) \right) - \\ &- \frac{1}{2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)} \left[\lambda_1 \lambda_2 H_a + (3\lambda_2^2 + 2\lambda_1^2) E_a \right] \xi_0^0(t) + \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} [(\lambda_1 H - \lambda_2 E) \xi_0]_a + \\ &+ E_b C^{ab}(t) + \lambda \lambda_2 E_a, \end{aligned} \quad (8)$$

де функції ξ^μ , C^{ab} , d^a і їх частинні похідні визначаються формулами (2), λ_1 , λ_2 , λ – константи.

З теореми 1 випливає, що алгеброю інваріантності рівнянь (1) є нескінченновимірна алгебра Лі, яка включає підалгебри:

- а) алгебру Лі групи Галілея $G(1,3)$;
- б) алгебру Лі групи $G_1(1,3)$;
- в) алгебру Лі узагальненої групи $G_2(1,3)$.

У зв'язку з цим виникає задача описання рівнянь типу $\ddot{x} = \bar{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \bar{E}, \bar{H})$ інваріантних відносно вказаних підалгебр.

3. Основні результати

Для побудови класу систем звичайних диференціальних рівнянь, інваріантних відносно алгебри Галілея, використаємо інваріантність рівняння Ньютона-Лоренца відносно вказаної алгебри Лі.

Теорема 3. Алгебра Лі $AG(1,3)$, базисні елементи якої задаються формулами (3), є алгеброю інваріантності рівнянь $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ тоді і тільки тоді, коли

$$\vec{F} = \vec{H}\varphi^1 + \left\{ \vec{E} + [\dot{\vec{x}}\vec{H}] \right\} \varphi^2 + \left\{ [\vec{H}\vec{E}] + \dot{\vec{x}}H^2 - \vec{H}(\dot{\vec{x}}H) \right\} \varphi^3, \quad (9)$$

де $\varphi^i = \varphi^i(w_j)$, $i, j = \overline{1,3}$, w_j – інваріанти групи Галілея $G(1,3)$, $w_1 = (EH)$, $w_2 = H^2$, $w_3 = (H\dot{\vec{x}})^2 + 2(\dot{\vec{x}}EH) - \dot{\vec{x}}^2 H^2 - E^2$.

Доведення. Необхідність. За умови інваріантності рівнянь $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ відносно операторів зсуву P_μ слідує, що для функції \vec{F} повинні виконуватись умови

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial x_a} = 0, \quad (10)$$

тобто права частина рівнянь $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ не залежить від t , \vec{x} .

Умова

$$L_2(L_2\xi^k - \dot{x}_k L_2\xi^0) - F^k L_2\xi^0 = \xi^0 \frac{\partial F^k}{\partial t} + \xi^s \frac{\partial F^k}{\partial x_s} + (L_2\xi^s - \dot{x}_s L_2\xi^0) \frac{\partial F^k}{\partial \dot{x}_s} \quad \text{інваріантності рівнянь}$$

$\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ відносно операторів I_{ab} має вигляд:

$$\dot{I}_{ab}F^c = \delta_{ac}F^b - \delta_{bc}F^a, \quad (11)$$

де \dot{I}_{ab} – перше продовження оператора I_{ab} , δ_{ab} – символ Кронекера, $F^i = F^i(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$.

Добре відомо, що загальним розв'язком рівняння (11) є функція

$$\vec{F} = \dot{\vec{x}}\varphi^1 + \vec{E}\varphi^2 + \vec{H}\varphi^3 + [\dot{\vec{x}}\vec{E}]\varphi^4 + [\dot{\vec{x}}\vec{H}]\varphi^5 + [\vec{E}\vec{H}]\varphi^6, \quad (12)$$

де $\varphi^i = \varphi^i(w'_j)$, $i = \overline{1,6}$, $j = \overline{1,7}$,

$w'_1 = \dot{\vec{x}}^2$, $w'_2 = E^2$, $w'_3 = H^2$, $w'_4 = (EH)$, $w'_5 = (\dot{\vec{x}}E)$, $w'_6 = (\dot{\vec{x}}H)$, $w'_7 = (\dot{\vec{x}}EH)$,

w'_j – інваріанти операторів P_μ , I_{ab} , де \dot{I}_{ab} – перше продовження оператора I_{ab} .

Для того, щоб рівняння $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ були інваріантними відносно операторів G_a , необхідно і достатньо, щоб виконувалась умова

$$F_{\dot{x}_a}^d + \varepsilon_{abc} H_c F_{E_b}^d = 0, \quad (13)$$

де $F_{\dot{x}_a}^d = \frac{\partial F^d}{\partial \dot{x}_a}$, $F_{E_b}^d = \frac{\partial F^d}{\partial E_b}$.

Поклавши $a = d = I$ в формулах (13) і враховуючи, що F^d визначається формулою (12), отримуємо визначаюче рівняння:

$$\begin{aligned}
 & \dot{x}_1 H_2 \varphi'_{E_3} + H_2 E_1 \varphi_{E_3}^2 + H_1 H_2 \varphi_{E_3}^3 + \dot{x}_2 H_2 \varphi^4 + [\dot{x}E]_1 H_2 \varphi_{E_3}^4 + [\dot{x}H]_1 H_2 \varphi_{E_3}^5 + H_2^2 \varphi^6 + \\
 & + [EH]_1 H_2 \varphi_{E_3}^6 - \dot{x}_1 H_3 \varphi_{E_2}^1 - H_3 E_1 \varphi_{E_2}^2 - H_1 H_3 \varphi_{E_2}^3 + \dot{x}_3 H_3 \varphi_1^4 - [\dot{x}E] H_3 \varphi_{E_2}^4 - \\
 & - [\dot{x}H]_1 H_3 \varphi_{E_2}^5 + H_3^2 \varphi^6 - [EH]_1 H_3 \varphi_{E_2}^6 + \varphi' + E_1 \varphi_{\dot{x}_1}^2 + \dot{x}_1 \varphi'_{\dot{x}_1} + H_1 \varphi_{\dot{x}_1}^3 + [\dot{x}H]_1 H_2 \varphi_{E_3}^5 + \\
 & + [\dot{x}H]_1 \varphi_{\dot{x}_1}^5 + [EH]_1 \varphi_{\dot{x}_1}^6 = 0,
 \end{aligned} \tag{14}$$

де $\varphi_{E_2}^i = \frac{\partial \varphi^i}{\partial E_2}$, $\varphi_{E_3}^i = \frac{\partial \varphi^i}{\partial E_3}$, $\varphi_{\dot{x}_1}^i = \frac{\partial \varphi^i}{\partial \dot{x}_1}$, $i = \overline{1, 6}$.

Так як φ^i – функції від інваріантів, то неважко переконатися в тому, що розв'язком рівняння (14) є функції

$$\varphi^2 = \varphi^5, \quad \varphi^4 = 0, \quad \varphi^1 = H_1 \varphi, \quad \varphi^6 = -\varphi, \quad \varphi^3 = \varphi^{31} - (\dot{x}H) \varphi. \tag{15}$$

Згідно з формул (15) рівняння (12) приймає вигляд

$$\overline{F} = \dot{x} H^2 \varphi + \left\{ \overline{E} + [\dot{x}H] \right\} \varphi^2 + \overline{H} (\varphi^{31} - (\dot{x}H) \varphi) + [\overline{HE}] \varphi. \tag{16}$$

Позначивши в функції (16) φ^{31} на φ^1 , φ^2 на φ^2 , φ на φ^3 , ми отримуємо функцію \overline{F} , визначену формулою (9). Необхідність теореми доведено.

Достатність. Нехай функція \overline{F} має вигляд (9). Покажемо, що рівняння (9) інваріантні відносно алгебри $AG(1,3)$. Для цього скористаємось умовою інваріантності: $X \cup (u, x) \Big|_{U(x,u)=0} = 0$, $L_2 Q_A \psi = 0$, де ψ – довільний розв'язок, який, як неважко переконатись, тотожно задовольняє умови інваріантності базисних операторів для базисних операторів (3) алгебри Лі $AG(1,3)$. Теорема доведена. \square

Теорема 4. Для того, щоб рівняння $\ddot{x} = \overline{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \overline{E}, \overline{H})$ були інваріантні відносно алгебри Лі $AG(1,3)$, доповненої оператором дилатації D , базисні елементи якої задаються формулами (3), (4), необхідно і достатньо, щоб:

$$\overline{F} = \overline{H} \varphi' + \left\{ \overline{E} + [\dot{x}H] \right\} \varphi^2 + \left\{ [\overline{HE}] + \dot{x} H^2 - \overline{H} (\dot{x}H) \right\} \varphi^3, \tag{17}$$

де $\varphi^i = A^i \psi^i$, $A^1 = w_2^{y_1}$, $A^2 = 1$, $A^3 = w_2^{-y_2}$, $\psi^i = \psi^i(Q_j)$, $i = \overline{1, 3}$, $j = \overline{1, 2}$,

$$w_1 = (EH), \quad w_2 = H^2, \quad w_3 = (H\dot{x})^2 + 2(\dot{x}EH) - H^2 \dot{x}^2 - E^2, \quad Q_1 = w_1^4 w_2^{-5}, \quad Q_2 = w_2^3 w_3^{-2}.$$

Доведення. Згідно з теоремою 3 рівняння $\ddot{x} = \overline{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \overline{E}, \overline{H})$, інваріантні відносно групи Галілея $G(1,3)$, мають вигляд (9). Умова інваріантності рівняння (9) відносно оператора дилатації D (4), згідно $X \cup (u, x) \Big|_{U(x,u)=0} = 0$ має вигляд

$$D'F_a = -3F_a, \tag{18}$$

де D' – перше продовження оператора D , F_a – визначається формулою (9).

Формула (18) задає визначаюче рівняння:

$$\begin{aligned}
 & H_c D' \varphi' + H_c \varphi' + \left\{ E_c + [\dot{x}H]_c \right\} D' \varphi^2 + \left\{ [\overline{HE}]_c + \dot{x}_c H^2 - H_c (\dot{x}H) \right\} D' \varphi^3 - \\
 & - 2 \left\{ [\overline{HE}]_c + \dot{x}_c H^2 - H_c (\dot{x}H) \right\} \varphi^3 = 0.
 \end{aligned} \tag{19}$$

З формули (19) після розкладу отримуємо систему визначаючих рівнянь

$$D' \varphi^1 = -\varphi^1, \quad D' \varphi^2 = 0, \quad D' \varphi^3 = 2\varphi^3. \tag{20}$$

Розв'язком першого рівняння системи (20) буде функція

$$\varphi^1 = w_2^{1/4} \psi^1, \tag{21}$$

де $w_2 = H^2$, $w_1 = (EH)$, $w_3 = (H\dot{x})^2 + 2(\dot{x}EH) - H^2\dot{x}^2 - E^2$, $\psi^1 = \psi^1(Q_1, Q_2)$,
 $Q_1 = w_1^4 w_2^{-5}$, $Q_2 = w_2^3 w_3^{-2}$.

З другого рівняння системи (20) отримуємо

$$\varphi^2 = \psi^2, \quad (22)$$

де $\psi^2 = \psi^2(Q_1, Q_2)$, Q_1 , Q_2 задаються формулою (21).

Розв'язком третього рівняння системи (20) буде функція

$$\varphi^3 = w_2^{1/2} \psi^3, \quad (23)$$

де $\psi^3 = \psi^3(Q_1, Q_2)$, Q_1 , Q_2 задаються формулами (21).

Згідно формул (21) – (23) функція \bar{F} (9) має вигляд (11). Отже необхідність доведена.

Достатність доводиться аналогічно доведенню достатності теореми 3. \square

Теорема 5. Алгебра Лі групи Галілея $G(1,3)$, доповненої оператором D_1 , базисні елементи якої задаються формулами (3), (6), є алгеброю інваріантності рівнянь $\ddot{x} = \bar{F}(t, \bar{x}, \dot{\bar{x}}, \bar{E}, \bar{H})$ тоді і тільки тоді, коли

$$\bar{F} = \bar{H}\varphi' + \left\{ \bar{E} + [\dot{\bar{x}}\bar{H}] \right\} \varphi^2 + \left\{ [\bar{H}\bar{E}] + \dot{\bar{x}}\bar{H}^2 - \bar{H}(\dot{\bar{x}}\bar{H}) \right\} \varphi^3, \quad (24)$$

де $\varphi' = w_2^{3/2} \psi'$, $\varphi^2 = \psi^2$, $\varphi^3 = w_2^{-1/2} \psi^3$, $\psi^i = \psi^i(Q_1, Q_2)$, $i = \overline{1,3}$,

$Q_1 = w_1^2 w_2^{-3}$, $Q_2 = w_2^2 w_3^{-1}$, w_j , $j = \overline{1,3}$, визначені формулою (17).

Доведення. Рівняння $\ddot{x} = \bar{F}(t, \bar{x}, \dot{\bar{x}}, \bar{E}, \bar{H})$, інваріантні відносно алгебри Лі групи Галілея $G(1,3)$, згідно теореми 3 мають вигляд (9).

Умова інваріантності рівнянь $\ddot{x} = \bar{F}(t, \bar{x}, \dot{\bar{x}}, \bar{E}, \bar{H})$, (9) відносно оператора D_1 , (6), визначаються формулою

$$D_1' F_c = -2F_c, \quad (25)$$

де F_c задаються формулами (9), D_1' - перше продовження оператора D_1 . Перепишемо формулу (25) у вигляді

$$\bar{H} D_1' \varphi^1 + \left\{ \bar{E} + [\dot{\bar{x}}\bar{H}] \right\} D_1' \varphi^2 + \bar{H} \varphi^1 + \left\{ [\bar{H}\bar{E}] + \dot{\bar{x}}\bar{H}^2 - \bar{H}(\dot{\bar{x}}\bar{H}) \right\} (\varphi^3 + D_1' \varphi^3) = 0. \quad (26)$$

Після розкладу рівняння (26) отримаємо систему визначаючих рівнянь

$$D_1' \varphi^1 = -\varphi^1, \quad D_1' \varphi^2 = 0, \quad D_1' \varphi^3 = \varphi^3, \quad (27)$$

розв'язком якої, як неважко переконатися, будуть функції

$$\varphi^1 = w_2^{3/2} \psi^1, \quad \varphi^2 = \psi^2, \quad \varphi^3 = w_2^{-1/2} \psi^3,$$

де ψ^i , w_i , $i = \overline{1,3}$ визначаються формулою (24).

Необхідність доведена.

Достатність теореми доводиться безпосередньо перевіркою. \square

Теорема 6. Для того, щоб алгебра Лі $AG(1,3)$, доповнена операторами D, D_1 , базисні елементи якої задаються формулами (3), (4), (6), була алгеброю інваріантності рівнянь $\ddot{x} = \bar{F}(t, \bar{x}, \dot{\bar{x}}, \bar{E}, \bar{H})$, необхідно і достатньо, щоб

$$\bar{F} = \frac{w_1}{w_2} u' \bar{H} + \left\{ \bar{E} + [\dot{\bar{x}}\bar{H}] \right\} u^2 + \left\{ [\bar{H}\bar{E}] + \dot{\bar{x}}\bar{H}^2 - \bar{H}(\dot{\bar{x}}\bar{H}) \right\} w_2^{-1/2} u^3, \quad (28)$$

де $u^i = u^i(R)$, $i = \overline{1,3}$, $R = w_1^2 w_2^{-4} w_3$, w_i визначається формулою (17).

Доведення. Згідно теореми 4 рівняння $\ddot{x} = \overline{F}(t, \overline{x}, \dot{\overline{x}}, \overline{E}, \overline{H})$, інваріантні відносно алгебри Лі $AG(1,3)$, доповненої оператором дилатації D (4), мають вигляд (17). Згідно доведенню теореми 5, умова інваріантності рівнянь $\ddot{x} = \overline{F}(t, \overline{x}, \dot{\overline{x}}, \overline{E}, \overline{H})$, (21) задається формулою (25). Визначаючи рівняння для функції ψ^i , заданих формулою (17), мають вигляд

$$\begin{aligned} w_2^{1/4} H_c D_1' \psi^3 - \frac{1}{2} w_2^{1/4} \psi^3 + \left\{ \overline{E}_c + [\overline{xH}]_c \right\} D_1' \psi^2 + \\ + \left\{ [\overline{HE}]_c + \dot{\overline{x}}_c H^2 - \overline{H}_c (\dot{xH}) \right\} w_2^{-1/2} D_1' \psi^3 = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

де D_1' – перше продовження оператора D_1 .

Розкладаючи рівняння (29), отримуємо систему визначаючих рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \psi^1 &= 2Q_1 \psi_{Q_1}^1 + 2Q_2 \psi_{Q_2}^1, \\ 0 &= 2Q_1 \psi_{Q_1}^2 + 2Q_2 \psi_{Q_2}^2, \\ 0 &= 2Q_1 \psi_{Q_1}^3 + 2Q_2 \psi_{Q_2}^3, \end{aligned} \quad (30)$$

де Q_i визначаються формулою (17) $w_{Q_i}^j = \frac{\partial w^j}{\partial Q_i}$, $i = \overline{1,2}$, $j = \overline{1,3}$.

Неважко переконатись, що розв'язком системи (30) будуть функції

$$\psi^1 = Q_1^{1/4} u^1, \quad \psi^2 = u^2, \quad \psi^3 = u^3, \quad (31)$$

де $u^i = u^i \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)$, $\frac{Q_1}{Q_2} = w_1^4 w_2^{-8} w_3^2$.

Підставляючи отримані вирази для функцій ψ^i , $i = \overline{1,3}$ в формулу (17), ми отримуємо формулу (28). Необхідність доведена. \square

Достатність доводиться аналогічно доведенню достатності теореми 3.

Теорема 7. *Алгебра Лі групи $G(1,3)$, генератори якої задаються формулами (3) – (5), є алгеброю інваріантності рівняння $\ddot{x} = \overline{F}(t, \overline{x}, \dot{\overline{x}}, \overline{E}, \overline{H})$ тоді і тільки тоді, коли має вигляд (17).*

Доведення. Рівняння $\ddot{x} = \overline{F}(t, \overline{x}, \dot{\overline{x}}, \overline{E}, \overline{H})$ будуть інваріантними відносно проективного оператора A (5), якщо виконується умова:

$$A' F^a = -3t F^a + x_a \left(F_{\dot{x}b}^a - \varepsilon_{abc} H_d F_{E_c}^a \right) = 0, \quad (32)$$

де A' – перше продовження оператора A , мають вигляд (17).

Оскільки оператор A' виражається через оператори D' , G'_a , де D' , G'_a – перші продовження операторів D , G_a , за формулою

$$A' = tD' + x_a G'_a - t^2 \frac{\partial}{\partial t} - t x_a \frac{\partial}{\partial x_a}, \quad (33)$$

а функції F^i (17), $i = \overline{1,3}$, інваріантні відносно операторів D , G_a , P_μ , то вони є інваріантними і відносно оператора A , визначеного в (5).

Отже, необхідність доведена.

Достатність теореми доводиться безпосередньою перевіркою. \square

Теорема 8. Для того, щоб рівняння $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$ були інваріантними відносно алгебри Лі $AG_2(1,3)$, базисні елементи якої задаються формулами (3) – (6), необхідно і достатньо, щоб функція \vec{F} мала вигляд (28).

Доведення. З теореми 6 слідує, що рівняння $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$, інваріантні відносно алгебри Лі групи Галілея $G(1,3)$, доповненої операторами дилатації D (4) і D_1 (6), мають вигляд (28). З цього слідує, що рівняння (28) інваріантні відносно операторів G_a (3) та D (4). Так як, згідно формули (34), оператор A' є лінійною комбінацією операторів D' і G'_a , то рівняння (28) будуть інваріантними і відносно проєктивного оператора A (5). Необхідність доведена.

Достатність теореми перевіряється безпосередньою перевіркою інваріантності рівняння (28) відносно кожного з базисних операторів підалгебри алгебри $AG_2(1,3)$. \square

Висновки. Система рівнянь $m\ddot{\vec{x}} = e\left\{\vec{E} + \left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]\right\}$ інваріантна відносно нескінченної алгебри інваріантності, частинним випадком якої є алгебра Галілея і її розширення. Наявність такої широкої симетрії рівнянь Ньютона-Лоренца $m\ddot{\vec{x}} = e\left\{\vec{E} + \left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]\right\}$ дає можливість, з використанням теоретико-алгебраїчних методів, описати нові класи рівнянь типу Ньютона-Лоренца $\ddot{\vec{x}} = \vec{F}(t, \vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{E}, \vec{H})$, для яких вдається побудувати точні розв'язки. В статті описаний такий клас системи звичайних диференціальних рівнянь. Важливий інтерес становить те, що система рівнянь Ньютона-Лоренца $m\ddot{\vec{x}} = e\left\{\vec{E} + \left[\dot{\vec{x}}\vec{H}\right]\right\}$ є частинним випадком побудованого класу галілеєвоїнваріантних систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють про відсутність конфліктів інтересів і повне дотримання всіх правил етики журнальних статей.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Cheeger J., Ebin D. G.. Comparison Theorems in Riemannian Geometry. Providence: AMS, 2008. 161 p. URL: <https://www.ams.org/books/chel/365/chel365-endmatter.pdf>
2. Eberlein P. B. Left invariant geometry of Lie groups. *Cubo*. 2004. Vol. 6, No. 1. P. 427-510.
3. Ivanova N. M. On Lie symmetries of a class of reaction-diffusion equations. *Proc. of the 4th Intern. Workshop "Group Analysis of Differential Equations and Integrable Systems"*. Nicosia: University of Cyprus, 2009. P. 84-86.
4. Lie S. Theorie der Transformationsgruppen. *Math. Ann.* 1880. Vol. 16. P. 441-528. URL: <https://eudml.org/doc/156896>
5. Bertram W. Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces over General Base Fields and Rings. *Memoirs of the American Mathematical Society*. Providence: AMS, 2008. 211 p. URL: <https://hal.science/hal-00004190v2>
6. Лагно В. І., Спічак С. В., Стогній В. І. Симетрійний аналіз рівнянь еволюційного типу. Київ: Ін-т математики НАН України, 2002. 360 с.
7. Серов М., Карпалюк Т. Інваріантність системи рівнянь конвекції дифузії відносно узагальненої алгебри Галілея у випадку тривимірного векторного поля. *Математичний вісник Наукового товариства ім. Шевченка*. 2010. Т. 7. С. 267-288. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mvntsh_2010_7_19

UDC 517.9

A class of Galilean invariant systems of ordinary differential equations of the second order

Oleksandr Tymoshenko, Ivanna Leonova

Abstract. The article is devoted to the construction of a class of Galilean invariant systems of ordinary differential equations of the second order. For this, a symmetric analysis of the Newton-Lorentz equation was used, and based on the invariance of this equation, a class of systems of differential equations was constructed, a partial case of which is the Newton-Lorentz equation, which is invariant with respect to the Galilean algebra.

Keywords: Lie algebra, Galilean algebra, invariant systems, differential equations.

References

1. Cheeger, J., Ebin, D. G. (2008). *Comparison Theorems in Riemannian Geometry*, AMS, Providence. <https://www.ams.org/books/chel/365/chel365-endmatter.pdf>
2. Eberlein, P. B. (2004). *Left invariant geometry of Lie groups*, *Cubo*, **6** (1), 427-510.
3. Ivanova, N. M. (2009). *On Lie symmetries of a class of reaction-diffusion equations*, Proc. of the 4th Intern. Workshop "Group Analysis of Differential Equations and Integrable Systems", University of Cyprus, Nicosia, 84-86.
4. Lie, S. (1880). *Theorie der Transformationsgruppen*, *Math. Ann*, **16**, 441-528. <https://eudml.org/doc/156896>
5. Bertram, W. (2008). *Differential Geometry, Lie Groups and Symmetric Spaces over General Base Fields and Rings*, Memoirs of the American Mathematical Society, AMS, Providence. <https://hal.science/hal-00004190v2>
6. Lagno, V. I., Spichak, S. V., Stogniy, V. I. (2002). *Symmetrical analysis of evolutionary type equations*, Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv. [in Ukrainian]
7. Serov, M., Karpalyuk, T. (2010). *Invariance of the system of equations of convection diffusion with respect to the generalized Galilean algebra in the case of a three-dimensional vector field*, *Mathematical Bulletin of the Scientific Society named after Shevchenko*, **7**, 267-288. [in Ukrainian]. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mvntsh_2010_7_19

Про авторів / About the authors

Олександр Тимошенко, кандидат фізико-математичних наук, доцент, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Oleksandr Tymoshenko, Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Іванна Леонова, асистент, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Ivanna Leonova, Assistant, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 16.08.2024
Доопрацьовано / Revised 08.10.2024

**АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ ФІЗИКИ ТА
АСТРОНОМІЇ**

Actual problems of physics and astronomy

УДК 523.43

Про механізми можливого періодичного перерозподілу водяного льоду між полярними шапками Марса

Анатолій Відьмаченко¹, Олександр Мозговий², Олексій Стеклов³

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України, кафедра фізики;
Головна астрономічна обсерваторія НАН України,
відділ фізики субзоряних і планетних систем, м. Київ, Україна
avidmachenko@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0523-5234>

² Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
mavimfto@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0797-8779>

³ Головна астрономічна обсерваторія НАН України,
відділ фізики субзоряних і планетних систем, м. Київ, Україна
stec36@i.au
<https://orcid.org/0000-0002-5149-0500>

Анотація. У Північній полярній шапці на початку ХХІ століття підтвердили наявність значної кількості водяного льоду. Дещо пізніше прилади орбітального апарата «Марс-Експрес» також змогли зареєструвати чималі поклади водяного льоду й навколо Південного полюса. А над водяним льодом було знайдено шар «сухого» льоду товщиною від 2 до 7 мм. Загальні відкладення у Південній полярній шапці виявилися суттєво меншими, ніж у Північній. Спостереження з допомогою гамма-спектрометра дозволили виявити велику кількість водню, що міститься під поверхнею Марса на значних відстанях від полярних шапок, й навіть на екваторі планети. Даний водень входить до складу водяного льоду, який у таких місцях є захищеним від сублімації ґрунтом з ізоляційної породи, пилу й уламків породи. В часи літніх пилових бур значні кількості пилу підіймається внаслідок швидкого сезонного переміщення вуглекислого газу й водяної пари; через певний час цей пил осідає з атмосфери. Це приводить до сезонного накопичення пилу в шаруватих відкладеннях в обох полярних та приполярних областях. При зміні пір року на планеті, внаслідок суттєвого ексцентриситету орбіти Марса, виникає значна асиметрія в змінах притоку сонячної енергії до протилежних півкуль. Відмінності між афелієм і перигелієм досягають 40%. По цій причині, при перебуванні планети в афелії, літо у Північній півкулі є довшим та холоднішим, ніж у Південній. Через таку відмінність сезонних характеристик між південною та північною півкулями, своєрідний сезонний «насос» за відносно короткий проміжок часу може повністю перенести воду до полярної шапки у тій півкулі, в котрій літо припадає на проходження через афелій орбіти. Моделювання існуючих кліматичних процесів на Марсі вказує на те, що відкладення водяного льоду мають циклічно перерозподілятися між південною та північною полярними областями Марса протягом приблизно 21000 років. Вісь обертання Марса в циклах Міланковича могла змінювати свій нахил багато раз. Період таких змін близький до 105 років. Тому асиметрія, яка описана в роботі є молодшою, що, можливо, призводить до зміни

знаку. Цілком можливо, що протягом історії Марса полярні шапки неодноразово мінялися місцями.

Ключові слова: Марс, водяний лід, полярні шапки, пори року, зміни клімату.

1. Вступ

На початку XXI століття у Північній полярній шапці було підтверджено наявність значної кількості водяного льоду (рис. 1, ліворуч). Дещо пізніше, спектрометром у видимому та інфрачервоному діапазоні «ОМЕГА» на орбітальному апараті «Марс Експрес» [16] також вдалося зареєструвати значні відкладення водяного льоду навколо Південного полюса [1]. Вони розташовуються поверх осадових порід [33] віком у кілька мільйони років. Це вказує на відносно недавнє переміщення льодовиків. Над водяним льодом у Південній полярній шапці (рис. 1, праворуч) є поверхневий шар «сухого льоду» CO₂ товщиною лише 2-7 мм. Тоді як у Північній полярній шапці шар замерзлої вуглекислоти на порядок більший [2].

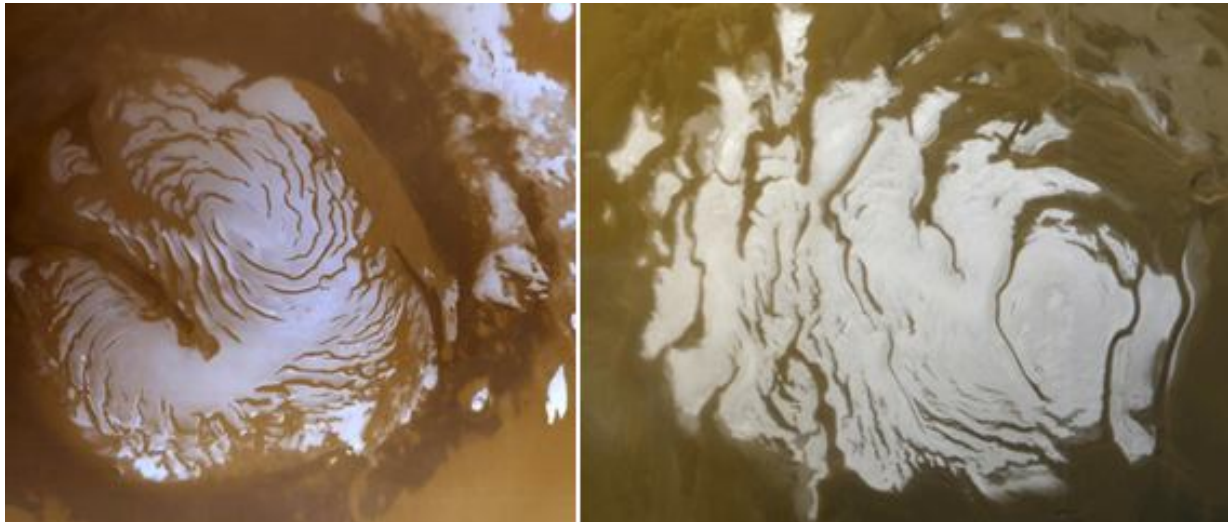


Рис. 1. Північна полярна шапка діаметром приблизно 1100 км марсіанським літом 13.03.1999 - ліворуч. Південна полярна шапка діаметром приблизно 420 км марсіанським літом 17.04.2000 – праворуч (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/>)

2. Постановка проблеми

А за допомогою гамма-спектрометра була виявлена велика кількість водню під поверхнею Марса у полярних і помірних широтах. Водень входить до водяного льоду навіть далеко від полярних шапок [4]. А отже, запаси води, які виявлені в обох півкулях, можуть бути величезними [12, 17, 18]. Останні спостережні дані показали, що льодовики з водяного льоду існують також на середніх широтах Марса (особливо в кратерах високих вулканів [19, 20, 22]) і навіть в екваторіальній області. У таких місцях водяний лід є захищеним від сублімації ґрунтовими покриттями із ізоляційних порід, пилу [5-9] та уламків порід. Через сучасні температурні умови, лід на Марсі прагне не танути, а примерзати до поверхні і через це поступово підніматися над середнім рівнем поверхні. Зазвичай такого типу замерзлі льодовики повторюють основний рельєф поверхні [19, 23, 26, 29, 30] (рис. 2).

Метою роботи є встановлення механізмів можливого періодичного перозподілу водяного льоду між полярними шапками Марса.

3. Основні результати

Як показали дистанційні спостереження [10], при піднятті літніх пилових бур [32] вітром пил піднімається досить високо в атмосферу. Там він сезонно переміщується в атмосфері із вуглекислого газу та невеликих кількостей водяної пари, а потім знову осідає на поверхню. По цій причині пил сезонно накопичується у шаруватих відкладеннях в обох полярних регіонах (рис. 1). Підтвердженням цього факту вважали спостережувану закономірність при формуванні окремих шарів намерзання в приполярних областях. Це засвідчує періодичні зміни у їх формуванні. Й це є відображенням деяких кліматичних змін, викликаних, наприклад, наявністю ексцентриситету орбіти Марса [31]. Влітку кожного наступного марсіанського року при випаровуванні порівняно тонкого шару вуглекислоти відкриваються глибші шари із замерзлою водою [21, 34]. Протягом літа водяний лід знову покривається тонким шаром пилу та «сухого» льоду.

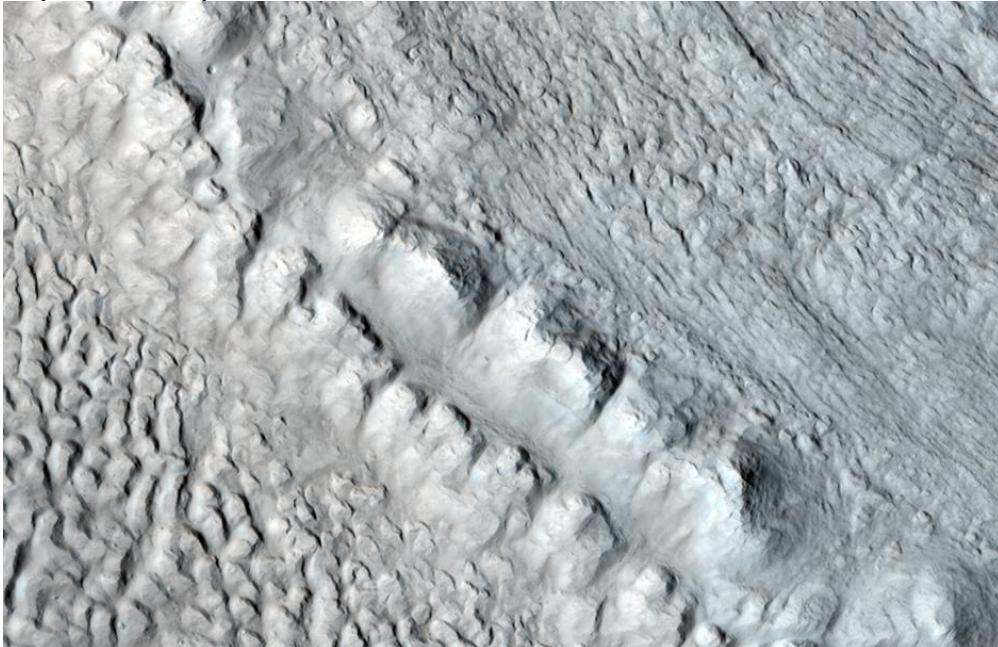


Рис. 2. Крупний план льодовика в Ismenius Lacus, як його бачить «HiRISE»; його місце розташування 42.2 N та 49.4 E (http://www.uahirise.org/ESP01_8857_2225)

Через ексцентриситет орбіти Марса ($e=0,09$) під час зміни пір року на планеті [11, 14] спостерігається асиметрія змін сонячного потоку до протилежних півкуль між афелієм та перигелієм на 40 %. З цієї причини в афелії літо у Північній півкулі є довшим та холоднішим, ніж у Південній. Наявність таких відмінностей у фізичних характеристиках нижніх шарів атмосфери [3, 13, 26] викликає на висотах нижче 10 км конденсацію водяної пари в атмосфері. Тому там переважають повітряні потоки, які спрямовані до екватора, при глобальному конвективному переносі [20]. Це приводить до появи тропічного поясу хмар при перебуванні Марса в афелії. Він утворюється за участі води, яка випарувалась із Північної полярної шапки. У моменти, коли Марс перебуває поблизу перигелію, на планеті спостерігаються значно тепліші умови. Тоді хмари майже не утворюються, і перенесення атмосферних мас [15] між півкулями майже не відбувається. З цієї причини вода, яка випарувалась із Південної полярної шапки, переміщується в атмосфері значно рівномірніше, без суттєвого переміщення по планеті. Завдяки такій відмінності сезонних характеристик між північною та південною півкулями подібний сезонний «насос» за геологічно короткий проміжок часу може повністю «перекачати» воду до полярної шапки у тій півкулі, в котрій літо припадає на момент проходження афелію орбіти.

Ретельне моделювання кліматичних процесів на Марсі показало, що процеси відкладення водяного льоду могли циклічно його перерозподіляти між північною та південною полярними шапками Марса протягом останніх 21000 років (рис. 3). Такий інтервал часу було розраховано виходячи із коливань нахилу осі обертання планети (прецесії). Результати цього моделювання показали, що протягом вищенаведеного часу вода в Північній полярній шапці перебувала в досить нестабільних умовах, і тому могла переміщуватися до Південної полярної шапки у вигляді пари; там вона знову конденсувалася на поверхню. Це приводило до накопичення протягом року у Південній полярній шапці водяного льоду товщиною до 1 мм. В результаті за 10 тисяч років утворився шар водяного льоду, товщина якого вже становила 6 м. Цикл прецесії планети приблизно 10 тисяч років тому змінився і став повертатися до теперішньої конфігурації. Біля 1000 років тому вуглекислий газ знову розпочав сезонно намерзати поверх шару водяного льоду у Південній полярній шапці та блокувати рух водяної пари до протилежного полюса.

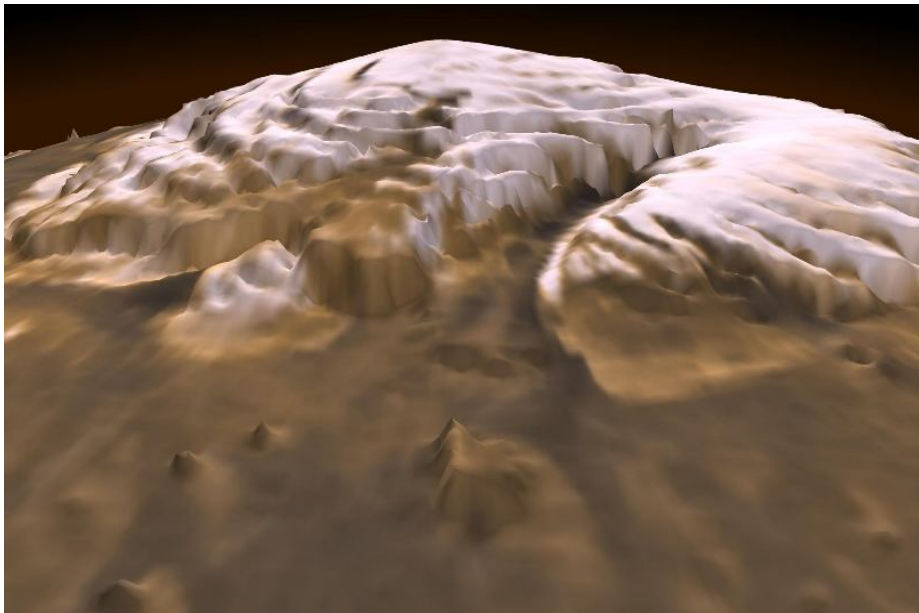


Рис. 3. За даними лазерного локатора в комп'ютерній реконструкції представлена Північна полярна шапка; масштаб по вертикалі збільшений у 100 разів (<http://photojournal.jpl.nasa.gov/>)

Висновки. Вісь обертання Марса могла змінювати свій нахил багато разів у так званих циклах Міланковича. Період таких змін становить приблизно 105 років. Тому можна припустити, що асиметрія, яка описана вище, є на даний час молодого і можлива навіть зміна знаку. Підтвердженням такої зміни глобального кругообігу води між півкулями є концентричні шаруваті відкладення в обох полярних шапках (рис. 1). Цілком можливо, що протягом історії Марса вигляд полярних шапок багато разів обмінювався місцями. Останнім часом вважають, що для стабілізації глобального кругообігу води має бути інтенсивний локальний обмін водяного льоду. Водночас він відіграє роль своєрідного дисипативного фактору. Сезонна міграція води навіть до екватора не відбувалася, коли б марсіанський реголіт не міг «дихати». Адже тоді вода навіть на межі полярних шапок відразу потрапляла б у своєрідні холодні пастки.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Becerra P., Sori M. M., Thomas N., et al. Timescales of the climate record in the south polar ice cap of Mars. *Geoph. Res. Letters*. 2019. Vol. 46, № 13. P. 7268-7277.
2. Conway S. J., Hovius N., Barnie T., et al. Climate-driven deposition of water ice and the formation of mounds in craters in Mars' north polar region. *Icarus*. 2012. Vol. 220, № 1. P. 174-193.
3. Dlugach J. M., Morozhenko A. V., Vid'Machenko A. P., Yanovitskij E. G. Investigations of the optical properties of Saturn's atmosphere carried out at the main astronomical observatory of the Ukrainian Academy of Sciences. *Icarus*. 1983. Vol. 54 (May). P. 319-336.
4. Howard A. The role of eolian processes in forming surface features of the Martian polar layered deposits. *Icarus*. Vol. 144. P. 267-288.
5. Morozhenko A. V., Vid'machenko A. P. Polarimetry and Physics of Solar System Bodies. *Proceedings of the NATO Advanced Study Institute*, м. Ялта, 20 вересня - 4 жовтня 2003 р. Ялта, 2003. С. 369-384. DOI: https://doi.org/10.1007/1-4020-2368-5_16
6. Morozhenko A. V., Vid'machenko A. P. Polarimetry and Physics of Solar System Bodies. *Photopolarimetry in Remote Sensing*, NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry. 2005. Vol. 161. P. 369-384.
7. Morozhenko A., Vidmachenko A., Kostogryz N. Polarimetry and Physics of Solar System Bodies. *Proceedings of the International Astronomical Union 10 (HI6)*. 2012. P. 182-182.
8. Morozhenko A. V., Vidmachenko A. P. Optical parameters of Martian dust and its influence on the exploration of Mars. *Dust in the Atmosphere of Mars and Its Impact on Human Exploration. Proceedings of the conference held*. LPI Contribution. Houston, Texas, 13-15 June, 2017. No. 1966. Houston, Texas, 2017. id.6010.
9. Мороженко А. В., Відьмаченко А. П. Пил може вплинути на освоєння Марса. 22 Міжнародна наукова конференція "Астрономічна школа молодих вчених". М. Київ, Україна, 11-12 грудня 2020 р. Київ, 2020. С. 71-73.
10. Morozhenko A. V., Vidmachenko A. P., Kostogryz N. M. Spectrophotometric properties of Moon's and Mars's surfaces exploration by shadow mechanism. *Highlights of Astronomy*. 2015. Vol. 16. P. 182-182.
11. Стеклов А. Ф., Відьмаченко А. П., Миняйло Н. Ф. Сезонные изменения в атмосфере. Сатурна. *Письма в Астрон. журн*. 1983. Т. 9, № 2. С. 11-17.
12. Vid'machenko A. P., Morozhenko A. V. Mapping of the physical characteristics and mineral composition of a superficial layer of the Moon or Mars and ultra-violet polarimetry from the orbital station. 36 *Annual Lunar and Planetary Science Conference*. League City, Texas, March 14-18, 2005. League City, 2005. #1015.
13. Відьмаченко А. П. Проявление сезонных изменений в атмосфере Сатурна. *Кинематика и физика небесных тел*. 1987. Т. 3, № 6. С. 9-12.
14. Відьмаченко А. П. Изменения блеска небесных объектов по астрономическим наблюдениям горы Майданак. *Кинематика и физика небесных тел*. 1994. Т. 10, № 5. С. 52-56.
15. Vidmachenko A. P. Planetary atmospheres. *Astronomical School's Report*. 2009. Vol. 6, № 1. P. 56-68.

16. Vidmachenko A. P. Research of the Mars by space vehicles. *Astronomical School's Report*. Vol. 6, № 1-2. P. 131-137.
17. Vidmachenko A. P. Water on Mars. *Astron. almanac*. 2009. Vol. 56. P. 225-249.
18. Відьмаченко А. П. Дослідження землеподібних планет. *16 Міжнародна наукова конференція "Астрономічна школа молодих вчених"*, м. Кіровоград, 29-31 травня 2015 р. Кіровоград, 2015. С. 12-13.
19. Відьмаченко А. П. Порівняльні особливості вулканів на тілах Сонячної системи. *20 Міжнародна наукова конференція "Астрономічна школа молодих вчених"*, м. Умань, 23-24 травня 2018 р. Умань, 2018. С. 9-12.
20. Відьмаченко А. П. Сучасна вулканічна діяльність на Місяці. *20 Міжнародна наукова конференція "Астрономічна школа молодих вчених"*, м. Умань, 23-24 травня 2018 р. Умань, 2018. С. 5-7.
21. Відьмаченко А. П. Вода в Сонячній системі. *20 Міжнародна наукова конференція "Астрономічна школа молодих вчених"*, м. Умань, 23-24 травня 2018 р. Умань, 2018. С. 91-93.
22. Vidmachenko A. P. Comparison of features of impact and volcanic craters on the surface of Mars. *Proceedings of VIII ISPCo "Progressive research in the modern world"* (April 27-29, 2023), Boston, USA. Chapter 43. Boston: BoScience Publisher, 2023. P. 237-246.
23. Vidmachenko A. P. Coordinates and names of surface details on Mars. *Proceedings of VII ISPCo. "Science and technology: problems, prospects and innovations"*. Osaka, Japan (April 13-15, 2023). Osaka: CPNPublishing Group, 2023. Vol. 39. P. 217-226.
24. Vidmachenko A. P. History of possible climate change on Mars. *Proceedings of VII ISPPCo. "Science and innovation of modern world"*. London, United Kingdom (23-25 March, 2023). Chapter 54. London: Cognum Publishing House, 2023. P. 336-345.
25. Vidmachenko A. P. Macrorelief of the surface of Mars. *Proceedings of XIV ISPCo. "Prospects for the development of science and the environment"*. Helsinki, Finland (April 10-12, 2023). Ch. 7. Helsinki, 2023. P. 34-39.
26. Vidmachenko A. P. The atmosphere of Mars. *Proceedings of VI ISPCo. "Scientific research in the modern world"*. Toronto, Canada (April 6-8, 2023). Chapter 45. Toronto: Perfect Publishing, 2023. P. 283-293.
27. Vidmachenko A. P. Thermal properties of the surface of Mars. *Proceedings of VII ISPCo. "Progressive research in the modern world"* (March 29-31, 2023), Boston, USA. Chapter 42 Boston: BoScience Publisher, 2023. P. 243-252.
28. Vidmachenko A. P., Dlugach Z. M., Morozhenko A. V. Nature of the optical nonuniformity in Saturn's disk. *Solar System Research*. 1984. Vol. 17, № 4. P. 164-171.
29. Vidmachenko A. P., Klimenko V. M., Morozhenko A. V. Apparent spectral albedos of the disk of Mars in September-October 1977. *Solar System Research*. 1981. Vol. 14, № 4. P. 157-159.
30. Відьмаченко А. П., Мозговий О. В., Стеклов О. Ф. Особливості рельєфу поверхні Марса. *Матеріали 11 Всеукраїнської НКО «Астрономія і сьогодні»*, м. Вінниця, 12 квітня 2023 р. Вінниця: ТОВ «ТВОРИ», 2023. С. 66-71.
31. Відьмаченко А. П., Мозговий О. В., Стеклов О. Ф. Історичні аспекти кліматичних змін на Марсі. *Матеріали 11 Всеукраїнської НКО «Астрономія і сьогодні»*, м. Вінниця, 12 квітня 2023 р. Вінниця: ТОВ «ТВОРИ», 2023. С. 56-61.
32. Відьмаченко А. П., Мозговий О. В., Стеклов О. Ф. Особливості пилових бур на Марсі. *Матеріали 11 Всеукраїнської НКО «Астрономія і сьогодні»*, м. Вінниця, 12 квітня 2023 р. Вінниця: ТОВ «ТВОРИ», 2023. С. 87-92.
33. Vidmachenko A. P., Steklov A. F. Mineral resources can be mined on different bodies of the Solar System. *22 International Astronomical School of Young Scientists*. Kyiv, Ukraine (December 11-12, 2020). Kyiv, 2020. P. 89-92.
34. Vidmachenko A. P., Steklov A. F. How long ago has water flowed on Mars surface? *Results of modern scientific research and development, Proceedings of XI ISPCo*, Madrid, Spain (16-18.01.2022). Madrid: Barca Academy Publishing, 2022. P. 226-232.

UDC 523.43

On the mechanisms of possible periodic redistribution of water ice between the polar caps of Mars

Anatoliy Vidmachenko, Oleksandr Mozghovyi, Oleksii Steklov

Abstract. At the beginning of the 21st century, the presence of a significant amount of water ice was confirmed in the Arctic Cap. A little later, the instruments of the "Mars Express" orbiter were also able to register considerable deposits of water ice around the South Pole. And a layer of "dry" ice with a thickness of 2 to 7 mm was found above the water ice. Total sediments in the South Polar Cap turned out to be

significantly smaller than in the North. Observations with the help of a gamma spectrometer made it possible to detect a large amount of hydrogen contained under the surface of Mars at significant distances from the polar caps, and even at the planet's equator. This hydrogen is part of water ice, which in such places is protected from sublimation by a soil made of insulating rock, dust, and rock fragments. During summer dust storms, significant amounts of dust are raised as a result of the rapid seasonal movement of carbon dioxide and water vapor; after a certain time, this dust settles from the atmosphere. This leads to a seasonal accumulation of dust in layered deposits in both polar and subpolar regions. When the seasons change on the planet, as a result of the significant eccentricity of the orbit of Mars, there is a significant asymmetry in the changes in the inflow of solar energy to the opposite hemispheres. The differences between aphelion and perihelion reach 40%. For this reason, when the planet is in aphelion, the summer in the Northern Hemisphere is longer and colder than in the Southern. Due to such a difference in seasonal characteristics between the southern and northern hemispheres, a kind of seasonal "pump" in a relatively short period of time can completely transfer water to the polar cap in the hemisphere in which summer falls on passing through the aphelion of the orbit. Modeling of present-day climate processes on Mars indicates that water ice deposits should be cyclically redistributed between the south and north polar regions of Mars for about 21,000 years. The rotation axis of Mars in Milankovitch cycles could change its inclination many times. The period of such changes is close to 105 years. Therefore, the asymmetry described in the paper is young, which may lead to a change in sign. Therefore, it is quite possible that during the history of Mars, the polar caps have repeatedly changed places.

Keywords: Mars, water ice, polar caps, seasons, climate changes.

References

1. Becerra, P., Sori, M. M., Thomas, N., et al. (2019). *Timescales of the climate record in the south polar ice cap of Mars*. *Geoph. Res. Letters*, **46** (13), 7268-7277.
2. Conway, S. J., Hovius, N., Barnie, T., et al. (2012). *Climate-driven deposition of water ice and the formation of mounds in craters in Mars' north polar region*. *Icarus*, **220** (1), 174-193.
3. Dlugach, J. M., Morozhenko, A. V., Vid'machenko, A. P., Yanovitskij, E. G. (1983). *Investigations of the optical properties of Saturn's atmosphere carried out at the main astronomical observatory of the Ukrainian Academy of Sciences*. *Icarus*, **54** (May), 319-336.
4. Howard, A. (2000). *The role of eolian processes in forming surface features of the Martian polar layered deposits*. *Icarus*, **144**, 267-288.
5. Morozhenko, A. V., Vid'machenko, A. P. (2004). *Polarimetry and Physics of Solar System Bodies*, Proceedings of the NATO Advanced Study Institute (20 September - 4 October, 2003), Yalta, Ukraine, 369-384. [in Ukrainian]. https://doi.org/10.1007/1-4020-2368-5_16
6. Morozhenko, A.V., Vid'machenko, A.P. (2005). *Polarimetry and Physics of Solar System Bodies. Photopolarimetry in Remote Sensing*, NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry. **161**, 369-384.
7. Morozhenko, A., Vidmachenko, A., Kostogryz, N. (2012). *Polarimetry and Physics of Solar System Bodies. Proceedings of the International Astronomical Union 10 (H16)*, 182-182.
8. Morozhenko, A. V., Vidmachenko, A. P. (2017). *Optical parameters of Martian dust and its influence on the exploration of Mars*, Dust in the Atmosphere of Mars and Its Impact on Human Exploration, Proceedings of the conference (3-15 June, 2017), Houston, Texas, LPI Contribution, 1966, id.6010.
9. Morozhenko, A. V., Vid'machenko, A. P. (2020). *Dust can affect on the mastering of Mars*. 22 International scientific conference "Astronomical School of Young Scientists" (December 11-12, 2020), Kyiv, Ukraine, 71-73. [in Ukrainian]
10. Morozhenko, A. V., Vidmachenko, A. P., Kostogryz, N. M. (2015). *Spectrophotometric properties of Moon's and Mars's surfaces exploration by shadow mechanism*. *Highlights of Astronomy*. **16**, 182-182.
11. Steklov, A. F., Vidmachenko, A. P., Minaiilo, N. F. (1983). *Seasonal variations in the atmosphere of Saturn*. *Soviet Astronomy Letters*, **9** (Mar.-Apr.), 135-136. [in Russian]
12. Vid'machenko, A. P., Morozhenko, A. V. (2005). *Mapping of the physical characteristics and mineral composition of a superficial layer of the Moon or Mars and ultra-violet polarimetry from the orbital station*, 36 Annual Lunar and Planetary Science Conference (March 14-18, 2005), League City, Texas, #1015.
13. Vidmachenko, A. P. (1987). *Manifestation of seasonal variations in the atmosphere of Saturn*. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, **3** (6), 9-12. [in Russian]
14. Vidmachenko, A. P. (1994). *Variations in the brightness of celestial objects in astronomical observations mount Maidanak*. *Kinematics and Physics of Celestial Bodies*, **10** (5), 52-56. [in Russian]
15. Vidmachenko, A. P. (2009). *Planetary atmospheres*. *Astronomical School's Report*, **6** (1), 56-68.
16. Vidmachenko, A. P. (2009). *Research of the Mars by space vehicles*. *Astronomical School's Report*. **6** (1-2), 131-137.

17. Vidmachenko, A. P. (2009). *Water on Mars*. Astron. Almanac, **56**, 225-249.
18. Vid'machenko, A. P. (2014). *Study of Earth-like planets*. 16 International scientific conference "Astronomical School of Young Scientists" (May 29-31, 2015), Kirovograd, Ukraine, 12-13. [in Ukrainian]
19. Vidmachenko, A. P. (2018). *Comparative features of volcanoes on Solar system bodies*. 20 International scientific conference "Astronomical School of Young Scientists" (May 23-24, 2018), Uman, Ukraine, 9-12. [in Ukrainian]
20. Vidmachenko, A. P. (2018). *Modern volcanic activity on the Moon*. 20 International scientific conference Astronomical School of Young Scientists (May 23-24, 2018), Uman, Ukraine, 5-7. [in Ukrainian]
21. Vidmachenko, A. P. (2018). *Water in Solar system*. 20 International scientific conference "Astronomical School of Young Scientists" (May 23-24, 2018), Uman, Ukraine, 91-93. [in Ukrainian]
22. Vidmachenko, A. P. (2023). *Comparison of features of impact and volcanic craters on the surface of Mars*. Proceed. of VIII Intern. Sc. and Pract. Conf. Progr. Res. m. w. (27-29.04.2023), Ch. 43. BoScience Publisher, Boston, USA, 237-246.
23. Vidmachenko, A. P. (2023). *Coordinates and names of surface details on Mars*. Proceedings of VII ISPCo "Science and technology: problems, prospects and innovations" (April 13-15, 2023), **39**, CPNPublishing Group, Osaka, Japan, 217-226.
24. Vidmachenko, A. P. (2023). *History of possible climate change on Mars*. Proceedings of VII ISPPCo "Science and innovation of modern world" (23-25 March 2023), Chapter 54, Cognum Publishing House, London, United Kingdom, 336-345.
25. Vidmachenko, A. P. (2023). *Macrorelief of the surface of Mars*. Proceedings of XIV ISPCo. Prospects for the development of science and the environment (April 10-12, 2023), Ch. 7, Helsinki, Finland, 34-39.
26. Vidmachenko, A. P. (2023). *The atmosphere of Mars*. Proceedings of VI ISPCo. "Scientific research in the modern world" (April 6-8, 2023), Chapter 45, Perfect Publishing, Toronto, Canada, 283-293.
27. Vidmachenko, A. P. (2023). *Thermal properties of the surface of Mars*. Proceedings of VII International Scientific and Practical Conference "Progressive research in the modern world" (March 29-31, 2023). Chapter 42. BoScience Publisher, Boston, USA, 243-252.
28. Vidmachenko, A. P., Dlugach, Z. M., Morozhenko, A. V. (1984). *Nature of the optical nonuniformity in Saturn's disk*. Solar System Research, **17** (4), 164-171.
29. Vidmachenko, A. P., Klimenko, V. M., Morozhenko, A. V. (1981). *Apparent spectral albedos of the disk of Mars in September-October 1977*. Solar System Research, **14** (4), 157-159.
30. Vid'machenko, A. P., Mozghovyi, O. V., Steklov, O. F. (2023). *Features of the relief on the surface of Mars*. Proceedings of 11 All-Ukrainian Scientific Conference "Astronomy and present day" (April 12, 2023), Vinnytsia, Ukraine. LLC "TVORY", 66-71. [in Ukrainian]
31. Vid'machenko, A. P., Mozghovyi, O. V., Steklov, O. F. (2023). *Historical aspects of climate changes on Mars*. Proceedings of 11 All-Ukrainian Scientific Conference "Astronomy and present day" (April 12, 2023), Vinnytsia, Ukraine. LLC "TVORY", 56-61. [in Ukrainian]
32. Vid'machenko, A. P., Mozghovyi, O. V., Steklov, O. F. (2023). *Peculiarities of dust storms on Mars*. Proceedings of 11 All-Ukrainian Scientific Conference "Astronomy and present day" (April 12, 2023), Vinnytsia, Ukraine. LLC "TVORY", 56-61. [in Ukrainian]
33. Vid'machenko, A. P., Steklov A. F. (2020). *Mineral resources can be mined on different bodies of the Solar System*. 22 International Astronomical School of Young Scientists (December 11-12, 2020), Kyiv, Ukraine, 89-92. [in Ukrainian]
34. Vidmachenko, A. P., Steklov, A. F. (2022). *How long ago has water flowed on Mars surface? Results of modern scientific research and development*, Proceedings of XI ISPCo (16-18.01.2022), Madrid, Spain, Barca Academy Publishing, 226-232.

Про авторів / About the authors

Анатолій Відмаченко, доктор фізико-математичних наук, професор, академік АН ВШ України, професор кафедри фізики Національного університету біоресурсів і природокористування України, головний науковий співробітник відділу фізики субзоряних і планетних систем Головної астрономічної обсерваторії НАН України, вул. Героїв Оборони, 15, м. Київ, 03041, Україна;

Anatoliy Vidmachenko, Doctor of Science in Physics and Mathematics, Professor, Academician of the Academy of Sciences of the Higher School of Ukraine, Professor of the Department of Physics of the National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Chief Researcher of the Department of Physics of Substellar and Planetary Systems

of the Main Astronomical Observatory of the National Academy of Sciences of Ukraine, 15 Defense Heroes Str., Kyiv 03041, Ukraine;

Олександр Мозговий, кандидат технічних наук, доцент, кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Oleksandr Mozghovyi, Candidate of Technical Science, Associate Professor, Department of Physics and Teaching Methods of Physics, Astronomy, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Олексій Стеклов, кандидат фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник відділу фізики субзоряних і планетних систем Головної астрономічної обсерваторії НАН України, вул. Академіка Заболотного, 27, м. Київ, 02000, Україна;

Oleksiy Steklov, Candidate of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Senior Researcher of the Department of Physics of Substellar and Planetary Systems of the Main Astronomical Observatory of the National Academy of Sciences of Ukraine, 27 Academician Zabolotniy Str., Kyiv 02000, Ukraine.

Отримано / Received 12.07.2024
Доопрацьовано / Revised 15.08.2024

УДК 535.372:611.018.5

Методи низькоенергетичної індукованої флуоресценції та спектрофотометрії для дослідження клітин крові

Вікторія Думенко

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
viktoriya.dumenko@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1569-3677>

Анотація. У статті описано реалізацію методу низькоенергетичної індукованої флуоресцентної мікроскопії з використанням в якості джерела випромінювання лазера з довжиною хвилі 635 нм та методу спектрофотометрії для аналізу спектрів поглинання флуоресцентних зондів. Представлено результати теоретичних та експериментальних досліджень клітин крові здорових людей та із захворюванням хронічний мієлолейкоз методом флуоресцентної мікроскопії.

Ключові слова: флуоресценція, флуоресцентний зонд, низькоенергетична індукована флуоресцентна мікроскопія, спектрофотометрія, зразки крові, мієлолейкоз.

1. Вступ

Важливе значення на сьогодні в різних галузях біомедичних досліджень, а особливо в онкології мають квантові низькоенергетичні технології на основі яких базуються методи флуоресцентної діагностики. Ці методи мають ряд переваг, зокрема для діагностики біологічних рідин, володіють високою інформативністю завдяки існуючим взаємозв'язком між особливостями їх спектральних характеристик і функціональним станом окремих клітинних структур; дають можливість отримати інформацію про стан живих систем, не пошкоджуючи їх, і не потребують великої кількості біологічного матеріалу [1].

Квантові технології застосовуються в поєднанні методів флуоресцентної діагностики та фотодинамічної терапії. При фотодинамічній нетоксичний фотосенсибілізуючий засіб, такий як фотофрин, вводять внутрішньовенно за 48 годин до транспапільярного або черезшкірного опромінення світлом певної довжини хвилі. Внаслідок накопичення в неопластичній тканині фотосенсибілізуючий агент генерує активні кисневі радикали після поглинання світла, що призводить до руйнування пухлинних клітин [2].

На сьогодні значно розширилась ідея про функціональну систему крові. Відомо, що розвиток злякисних утворень, хвороби печінки та інші патологічні процеси викликають в плазмі і сироватці крові ряд відхилень від норми. Для виявлення захворювань крові використовують методи флуоресцентної діагностики [3; 4].

Для спостереження флуоресценції еритроцитів використовують флуоресцентні зонди (флуорофори), тобто речовини, молекули яких поглинаються клітинами крові і випромінюють люмінесцентний спектр при збудженні електромагнітним випромінюванням певного спектрального діапазону.

Для конкретного прикладного застосування розроблено певні флуорофори, зокрема фотосенс, радохлорин, фотолон та інші [5; 6].

Спектр випромінювання флуоресценції $I(\lambda)$ специфічний для кожного флуорофора і тому містить докладну інформацію про флуоресціюючі молекули, їх конформації, зв'язки і взаємодії в клітинах і тканинах [7].

З використанням лазерних джерел світла можливості флуоресцентної діагностики значно розширились, серед таких методів варто виділити лазерну мікро-флуориметрію і лазерну скануючу мікроскопію [8; 9].

2. Постановка проблеми

Багато флуорофорів характеризуються близькими областями поглинання і флуоресценції, які перекриваються, в результаті випромінювання, яке виходить з тканини має складний спектральний склад. Тому виникає необхідність вибору довжини хвилі збудження і довжини хвилі флуоресценції для кожного конкретного флуоресцентного зонда.

Для діагностики хвороб крові пропонується в якості флуоресцентного зонда використати *methylenum coeruleum*.

Мета статті: виконати експериментальні дослідження зразків крові методом низькоінтенсивної індукованої флуоресцентної мікроскопії та обґрунтувати можливість використання методу для діагностики захворювань крові та прикладі захворювання хронічний мієлолейкоз.

3. Результати досліджень

Розглянемо фізичний механізм флуоресценції.

Флуоресценція виникає після поглинання світла і пов'язана з електронним переходом із збудженого стану молекули в основний стан. Її інтенсивність виражається:

$$I_F(\lambda) = I_0 \ln 10 - \varepsilon_{\lambda} c_{ab} d \eta_F \frac{\Omega}{4\pi}. \quad (1)$$

Інтенсивність флуоресценції пропорційна концентрації і квантовому виходу флуоресценції поглинаючих молекул. Енергії електронних станів молекули є складними функціями між'ядерних відстаней, зазвичай утворюють «потенціальні ями», як показано на рис. 1 а для основного (S_0) і першого збудженого (S_1) стану. Кожна «потенціальна яма» містить велику кількість коливальних рівнів енергії ν_i , кожен з яких розщеплений на численні обертальні підрівні. Електронний перехід між енергетичними рівнями відбувається по «вертикалі», так як за короткий проміжок часу такого переходу положення ядер не встигає змінитись. Електронні переходи зазвичай відбуваються з основних вібро-станів (для збудження S_0 і ν_0 , для флуоресценції S_1 і ν_0). Імовірність кожного переходу пропорційна квадрату дипольного моменту переходу і визначається перекриванням відповідних коливальних хвильових функцій в основному і збудженому електронному стані молекули. Таким чином, спектри поглинання і флуоресценції

виходять в результаті накладення декількох переходів, що часто призводить до утворення широких спектральних смуг. Так званий 0-0-перехід між найнижчими коливальними рівнями лише злегка виражений, оскільки перекривання відповідних хвильових функцій мале. З цієї причини спектр флуоресценції завжди зміщується в бік більш низьких енергій ΔW , що відповідає великим довжинах хвилі $\lambda = \frac{\Delta W}{hc}$, в порівнянні зі спектром поглинання, або збудження.

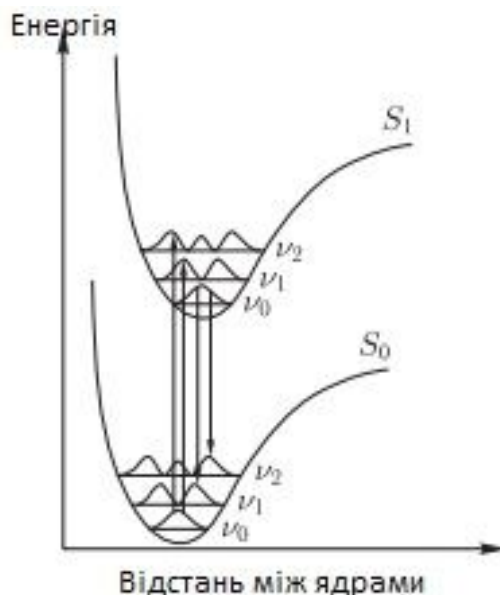


Рис. 1. Формування спектрів флуоресценції: діаграма потенціалів електронних станів S_0, S_1 і коливальних рівнів ν_i ; показані коливальні хвильові функції і оптичні переходи (збудження: $S_0\nu_0 \rightarrow S_1\nu_n$; флуоресценція: $S_1\nu_0 \rightarrow S_0\nu_n$).

В якості флуоресцентного зонда запропоновано використати Methylene coeruleum (methylthioninium chloride) $C_{16}H_{18}ClN_3S \cdot 3H_2O$ - органічний барвник, відомий як ефективний фотогенератор синглетного кисню, органічний барвник групи тіозінових барвників.

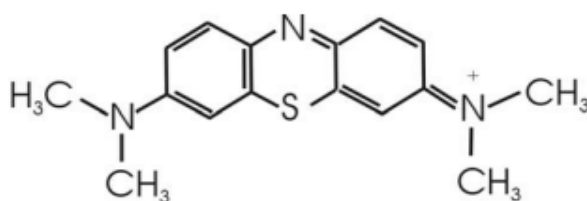


Рис.2. Хімічна формула флуоресцентного маркера "Methylene coeruleum"

Діаграма енергетичних рівнів Methylene coeruleum зображена на рис. 3.

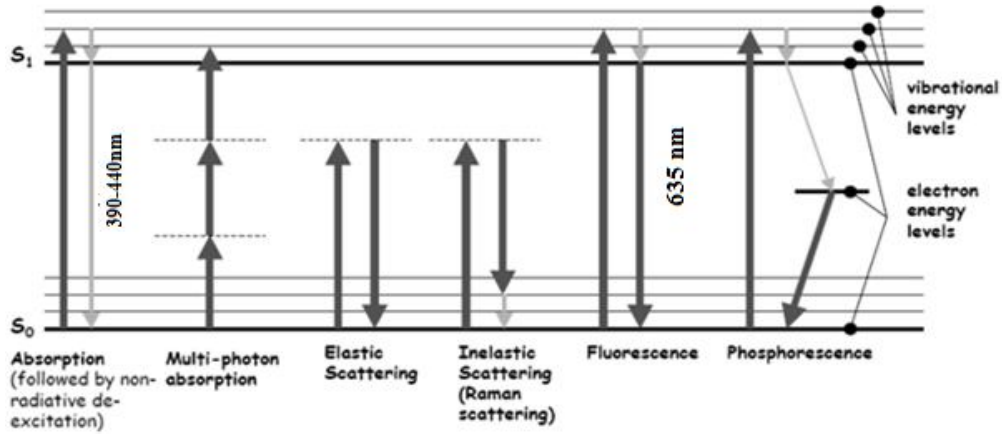


Рис. 3. Діаграма енергетичних рівнів флуоресцентного маркера "Methylenum coeruleum"

При використанні флуоресцентних зондів важливим є дослідження спектрів поглинання і вибір відповідної довжини лазерного джерела. Спектри поглинання (рис.4) досліджувались за допомогою спектрофотометра.

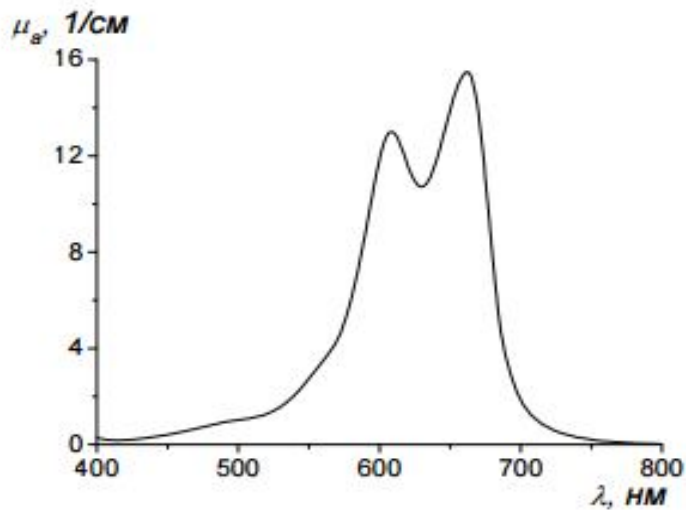


Рис. 4. Залежність коефіцієнта поглинання від довжини флуоресцентного зонда

Було отримано і проведено порівняльний аналіз флуоресцентних зображень крові здорових людей (рис. 5) та із захворюванням хронічний мієлолейкоз (рис.6).

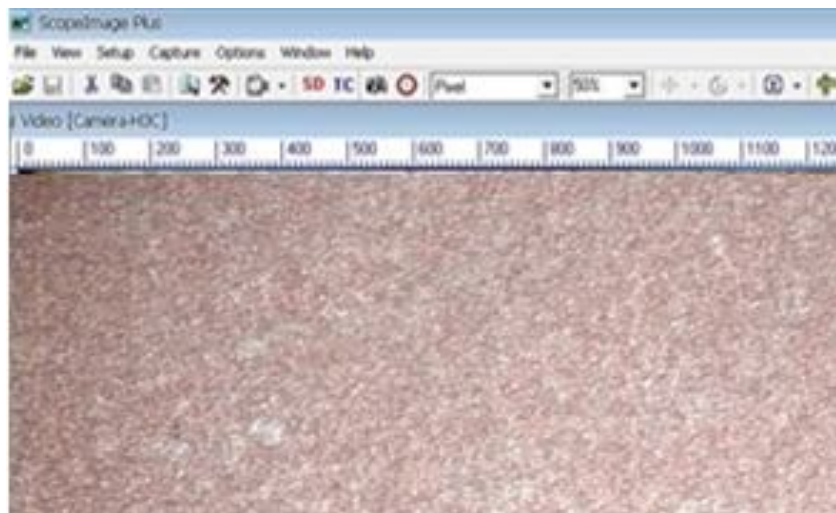
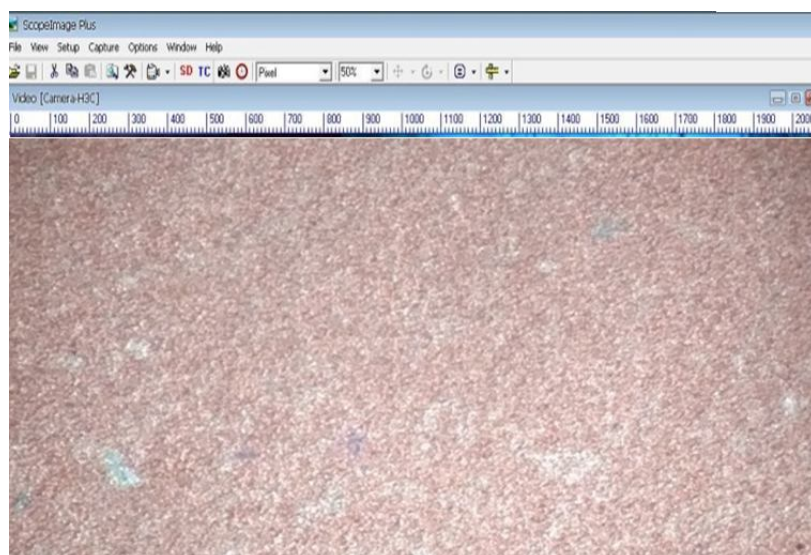
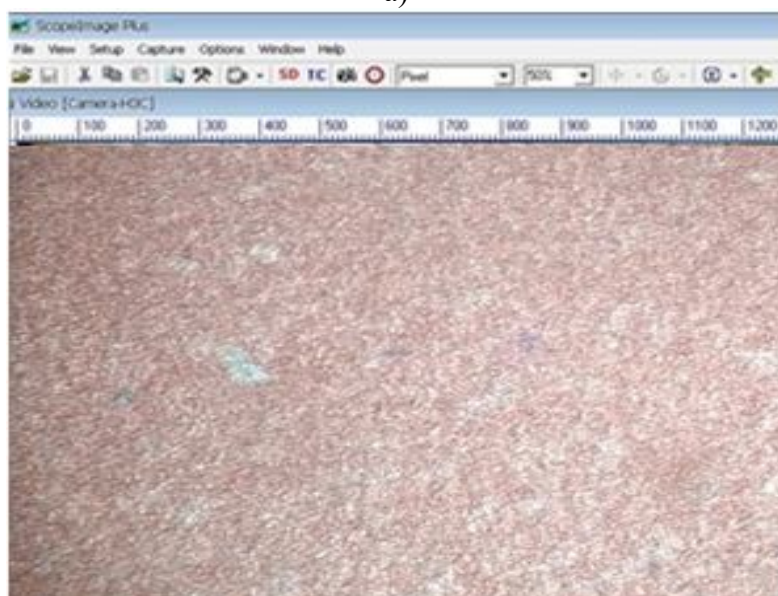


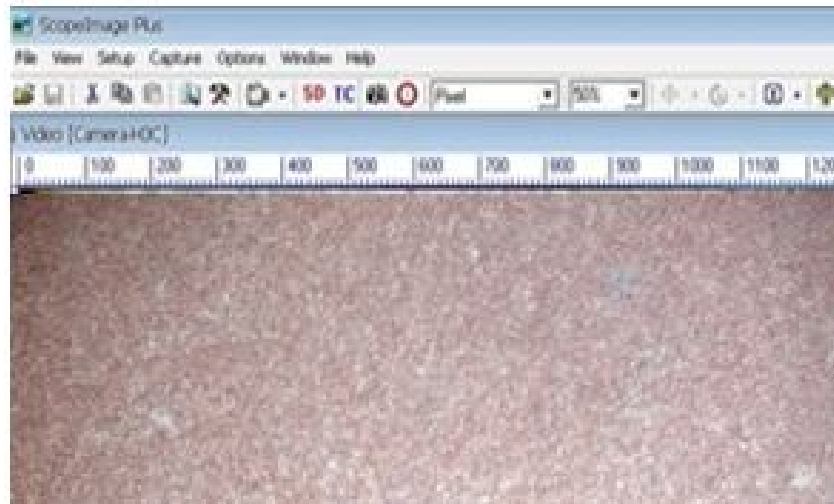
Рис. 5. Флуоресцентне зображення зразків крові здорової людини



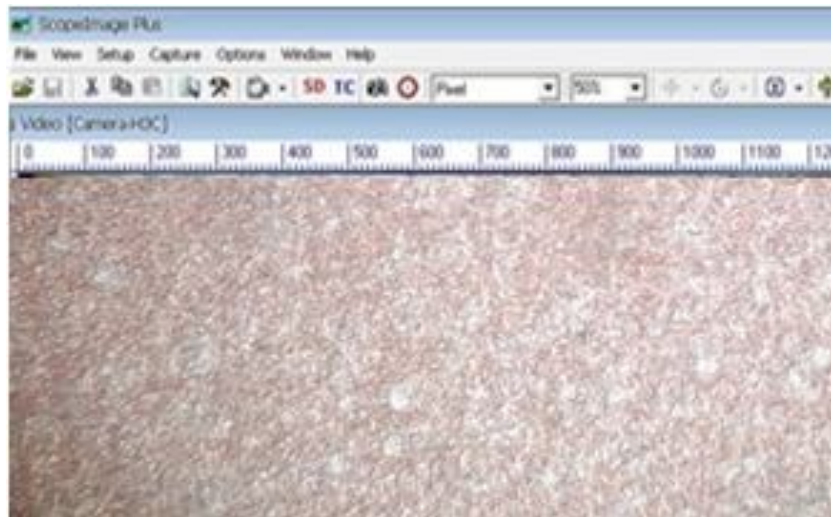
a)



b)



c)



d)

Рис.6. Флуоресцентні зображення зразків крові із захворюванням хронічний мієлолейкоз з додаванням флуоресцентного зонда

Проаналізувавши залежність інтенсивності спектрів флуоресценції клітин крові здорових людей та із захворюванням мієлолейкоз (рис.7) було виявлено, що інтенсивність флуоресценції суттєво зростає при патології.

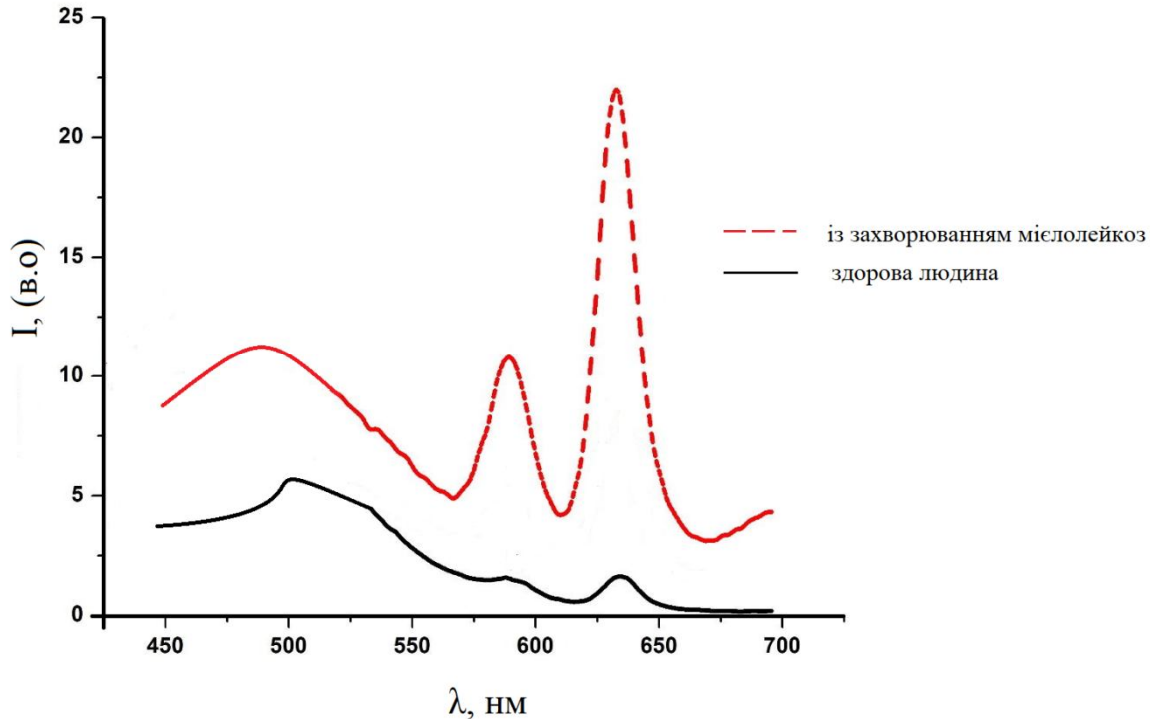


Рис. 7. Спектри флуоресценції клітин крові

Висновки. Порівнюючи люмінесцентні зображення клітин крові здорових людей та із захворюванням хронічний мієлолейкоз, було виявлено, що інтенсивність флуоресценції збільшується в 10 разів при захворюванні, що пов'язано зі збільшенням порфіринів у гемоглобіні крові. Метод флуоресцентної мікроскопії має ряд переваг: висока інформативність при невеликій кількості зразка, не вимагає використання дорого вартісного обладнання, ефективність методу зростає при використанні флуоресцентного зонда, який має максимум поглинання на довжині хвилі лазерного джерела випромінювання, може бути використаний для діагностики захворювань крові на ранніх стадіях.

Конфлікт інтересів і етика. Автор заявляє про відсутність конфліктів інтересів і повне дотримання всіх правил етики журнальних статей.

Подяки. Автор заявляє про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Павлов С. В., Кожем'яко В. П., Колесник П. Ф., Козловська Т. І., Думенко В. П. Фізичні основи біомедичної оптики. Вінниця: ВНТУ, 2010. 150 с.
2. Wentrup R., Winkelmann N., Mitroshkin A., et. al. Photodynamic therapy plus chemotherapy compared with photodynamic therapy alone in hilar nonresectable cholangiocarcinome. *Gut Liver*. 2016. Vol 10 (3). P. 470-475. DOI: <https://doi.org/10.5009/gnl15175>
3. Kozlovska T. I., Sander S. V., Zlepko S. M., Vasilenko V. B., Pavlov V. S., Klapouschak A. Yu., Dumenko V. P., Maciejewski M., Dzierzak R., Surtel W. Device to determine the level of peripheral blood circulation and saturation. *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments. - International Society for Optics and Photonics*. 2016. 100312Z-100312Z-6
4. Abugo O. O., Herman P., Lakowicz J. R. Fluorescence properties of albumin blue 633 and 670 in plasma and whole blood. *J. Biomed. Opt.* 2001. Vol. 6, № 3. P. 359-365. DOI: <https://doi.org/10.1117/1.1381053>

5. Suhling K., Siegel J., Phillips D., French P. M., Leveque-Fort S., D Webb S. E., Davis D. M. Imaging the environment of green fluorescent protein. *Biophys. J.* 2002. Vol. 83. P. 3589-3595. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(02\)75359-9](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(02)75359-9)
6. Gannot I., Garashi A., Gannot G., Chernomordik V., Gandjbakhche A. In vivo quantitative three-dimensional localization of tumor labeled with exogenous specific fluorescence markers. *Appl. Opt.* 2003. Vol. 42 (16). P. 3073-3080. DOI: <https://doi.org/10.1364/AO.42.003073>
7. Думенко В. П. Сучасні лазерні люмінесцентні методи дослідження зляжисних новоутворень в біологічних тканинах. *Сучасні проблеми фізико-математичної освіти і науки: збірник матеріалів конференції* (Київ, 25-26 травня 2017 року). Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова. С. 27-28.
8. Soukos N. S., Som S., Abernethy A. D., Ruggiero K., Lee J. , Dunham C., Doukas A. G., Goodson J. M., Phototargeting oral black-pigmented bacteria. *Antimicrob. Agents Chemother.* 2005. Vol. 49. P. 1391-1396. DOI: <https://doi.org/10.1128/AAC.49.4.1391-1396.2005>
9. Schneckenburger H., König K., Dienersberger T., Hahn R. Time-gated microscopic imaging and spectroscopy in medical diagnosis and photobiology. *Opt. Eng.* 1994. Vol. 33. P. 3156-3167. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.177101>

UDC 535.372:611.018.5

Methods of low-energy induced fluorescence and spectrophotometry for the researching of blood cells

Victoria Dumenko

Abstract. The article describes the implementation of the method of low-energy induced fluorescence microscopy using a laser with a wavelength of 635 nm as a source of radiation and the spectrophotometry method for analyzing the absorption spectra of fluorescent probes. The results of theoretical and experimental studies of blood cells of healthy people and chronic myelogenous leukemia by fluorescence microscopy are presented.

Keywords: fluorescence, fluorescent probe, low-energy induced fluorescence microscopy, spectrophotometry, blood samples, myeloid leukemia.

References

1. Pavlov, S. V., Kozhemiako, V. P., Kolesnik, P. F., Kozlovska, T. I., Dumenko, V. P. (2010). *Physical principles of biomedical optics*, VNTU, Vinnytsya. [in Ukrainian]
2. Wentrup, R., Winkelmann, N., Mitroshkin, A., et. al. (2016). Photodynamic therapy plus chemotherapy compared with photodynamic therapy alone in hilar nonresectable cholangiocarcinome, *Gut Liver*, **10** (3), 470-475. <https://doi.org/10.5009/gnl15175>
3. Kozlovska, T. I., Sander, S. V., Zlepko, S. M., Vasilenko, V. B., Pavlov, V. S., Klapouschak, A. Yu., Dumenko, V. P., Maciejewski, M., Dzierzak, R., Surtel, W. (2016). *Device to determine the level of peripheral blood circulation and saturation*, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments. - International Society for Optics and Photonics. 100312Z-100312Z-6.
4. Abugo, O. O., Herman, P., Lakowicz, J. R. (2001). *Fluorescence properties of albumin blue 633 and 670 in plasma and whole blood*, *J. Biomed. Opt.*, **6** (3), 359-365. <https://doi.org/10.1117/1.1381053>
5. Suhling, K., Siegel, J., Phillips, D., French, P. M., Leveque-Fort, S., D Webb S. E., Davis, D. M. (2002). *Imaging the environment of green fluorescent protein*, *Biophys. J.*, **83**, 3589-3595. [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(02\)75359-9](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(02)75359-9)
6. Gannot, I., Garashi, A., Gannot, G., Chernomordik, V., Gandjbakhche, A. (2003). *In vivo quantitative three-dimensional localization of tumor labeled with exogenous specific fluorescence markers*, *Appl. Opt.*, **42** (16), 3073-3080. <https://doi.org/10.1364/AO.42.003073>
7. Dumenko, V. P. (2017). *Modern laser luminescent methods of research of malignant neoplasms in biological tissues*, Modern problems of physical and mathematical education and science: collection of conference materials (Kyiv, May 25-26, 2017), Drahomanov NPU, Kyiv, 27-28. [in Ukrainian]
8. Soukos, N. S., Som, S., Abernethy, A. D., Ruggiero, K., Lee, J., Dunham, C., Doukas, A. G., Goodson, J. M. (2005). *Phototargeting oral black-pigmented bacteria*, *Antimicrob. Agents Chemother*, **49**, 1391-1396. <https://doi.org/10.1128/AAC.49.4.1391-1396.2005>

9. Schneckenburger, H., König, K., Dienersberger, T., Hahn, R. (1994). *Time-gated microscopic imaging and spectroscopy in medical diagnosis and photobiology*, *Opt. Eng.*, **33**, 3156-3167. <https://doi.org/10.1117/12.177101>

Про авторів / About the authors

Вікторія Думенко, кандидат технічних наук, доцент, кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Victoria Dumenko, Candidate of Science in Engineering, Associate Professor, Department of Physics and Teaching Methods of Physics, Astronomy, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 15.07.2024
Доопрацьовано / Revised 17.08.2024

**ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ,
ФІЗИКИ ТА АСТРОНОМІЇ**

**Theory and methods of teaching
mathematics, computer science, physics
and astronomy**

УДК 373.5.091.64:004

Методика навчання масивів учнів закладів загальної середньої освіти: аналіз підручників з інформатики

Олена Косовець¹, Дмитро Таскаєв²

¹Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
kosovets.op@vspu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-8577-3042>

²Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
taskosvita03@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0008-4225-2747>

Анотація. У статті проаналізовано особливості вивчення масивів у програмуванні на основі трьох підручників з інформатики для 9 класу (автори: О. В. Коршунов, І. О. Завадський, З. Р. Стасюк, В. О. Потієнко; Н. В. Морзе, О. В. Барна; О. О. Бондаренко, В. В. Ластовецький, О. П. Пилипчук, Є. А. Шестопапов). Розглянуто переваги та недоліки кожного з них, зокрема візуалізацію, наявність завдань різного рівня складності, питання для самоконтролю. Проаналізовано структуру подання навчального матеріалу для розвитку практичних навичок і формування теоретичних знань. Визначено роль візуалізації та завдань для кращого засвоєння алгоритмічних структур.

Ключові слова: алгоритмічне мислення, масиви, методика навчання інформатики, навчальні підручники.

1. Вступ

Важливе місце у шкільному курсі інформатики займає змістова лінія «Алгоритми та програми». Це основна тема навчання інформатики, яка бере початок з другого класу початкової школи. Дана змістова лінія потребує від учня розуміння послідовності виконання дій, команд та взаємозв'язків між різними елементами програми для складання алгоритмічних структур, аналізу та побудови блок-схем алгоритмів. Інколи учням важко уявити та зрозуміти певні концепції алгоритмів та програмування.

Враховуючи складність змістової лінії, деякі учні можуть зустріти труднощі під час вивчення певних теми з програмування, наприклад, організації даних за допомогою одновимірних масивів за програмою 9 класу [7]. Внаслідок цього може виникнути зниження мотивації учнів, тому важливо на уроках інформатики використовувати оптимальні методи, форми та сучасні цифрові інструменти навчання, з метою

максимального зацікавлення школярів у вивченні основ алгоритмізації та програмування [3].

Навчання масивів є ключовим етапом у формуванні базових навичок учнів з програмування, що дозволяє ефективно керувати великими об'ємами даних та робити складні обчислення.

2. Постановка проблеми

Мета статті: проаналізувати подання навчального матеріалу з вивчення масивів у підручниках з інформатики для закладів загальної середньої освіти.

3. Основний результат

Використання підручників з інформатики є одним з основних засобів для навчання учням. Виконаємо аналіз підручників для вивчення змістової лінії «Алгоритми та програми» у 9 класі.

Підручники з інформатики для учнів 9 класу розроблені з урахуванням особливостей шкільної програми та потреб учнів, мають структуровану та систематизовану інформацію щодо концепцій масивів та їх застосування у програмуванні. Підручники включають пояснення базових теоретичних аспектів, численні приклади та завдання для закріплення отриманих знань, містять ілюстрації, схеми та інші візуальні навчальні матеріали, які допомагають учням краще розуміти складні абстрактні концепції програмування.

Підручник «Інформатика» авторів Коршунова О. В., Завадський І. О., Стасюк З.Р., Потієнко В. О. [3] є сучасним засобом для навчання інформатики учнів 9 класу ЗЗСО, зокрема програмування масивів. Один із ключових аспектів цього підручника полягає в широкому використанні аналогій з реального життя, що допомагає учням краще усвідомити складні концепції програмування. Вони створюють можливість для наочного подання навчального матеріалу та зосереджують увагу учнів на важливих елементах освітньої теми.

Крім того, підручник відрізняється наявністю доречних підказок для виконання завдань, що виділяє цей підручник серед інших. Це є важливим методичним елементом, оскільки сприяє наочності та кращому розумінню складних абстрактних тем з програмування, наприклад, ініціалізація звичайної змінної та ініціалізація списку (рис. 1).



Рис. 1. Пояснення складних абстрактних понять з програмування масивів

Масиви та змінні не представляються абстрактно, а прив'язуються до конкретних побутових предметів, що допомагає учням уявити ці концепції. Наприклад, учням показують, що масив схожий на шафу з полицями, де кожна полиця є окремим елементом масиву. Ця аналогія допомагає учням за методом асоціацій уявити як об'єкти організовані в масиві та як вони можуть бути доступні для обробки у програмі. Використання даного методичного прийому пояснення навчального матеріалу дозволяє учням не лише зрозуміти теоретичний матеріал, а й легше його запам'ятовувати та застосовувати на практиці. Це мотивує до активної участі учнів у освітньому процесі та сприяє їхньому успішному опануванню основ програмування.

У підручнику авторів О.В.Коршунова, І.О.Завадський, З.Р.Стасюк, В.О.Потієнко подано частини написання коду програми опрацювання масивів для різних завдань, використовуючи класифікацію завдань за рівнем складності. Завдання нижчого рівня містять велику частину заготовки коду програми, яку учні повинні доопрацювати відповідно до поставленого завдання. Для завдань середнього та високого рівнів, код програми надається у меншій кількості, але з таким типом подання завдань працювати учням буде ефективніше, відносно стандартного подання [3].

Дана методика подання завдань з програмування масивів допомагає учням краще зрозуміти основні концепції програмування, спираючись на конкретні приклади з реального життя. Наприклад, автори підручника надають завдання з кодом програми, пропустивши ключові моменти, які потрібно вирішити, підставити самостійно, через розуміння операцій з масивами, правим написання коду програми та логічного мислення (рис. 2).

```

np=int(input("Введіть номер початкового місяця"))
nk=int(input("Введіть номер кінцевого місяця"))
z=float(input("Введіть курс, більше якого проводити обчислення"))
k=□
suma=□
for i in range (□):
    if □>z:
        k=k+1
        suma=□
        print(month[□], "-", kurs [□], "$")
    if k!=0:
        print("Середній курс за", □, "м.-", □, "$")
    else:
        print("Відсутні дані у списку для обчислення середнього курсу з врахуванням введеного курсу >". □, "$")

```

Рис. 2. Завдання на розвиток логічного та алгоритмічного мислення учнів 9 класу

Автори підручника вдало використовують прості приклади для пояснення сортування масивів, починаючи зі звичайних ситуацій, які поступово переходять до складних конструкцій сортування за допомогою коду. Приклади ілюструють, що масиви можна сортувати як у порядку зростання, так і в порядку спадання, передбачаючи заздалегідь, які об'єкти потрібно впорядкувати (рис. 3).

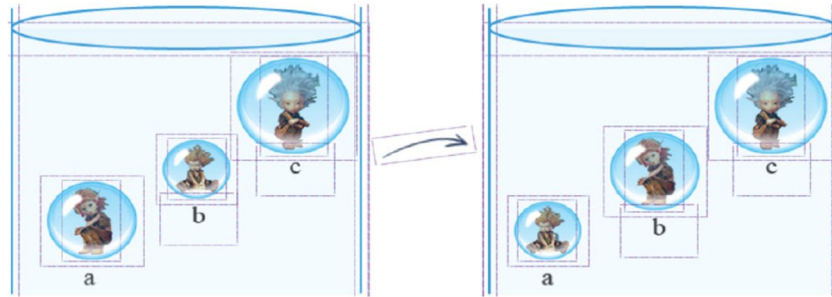


Рис. 3. Завдання на сортування масивів

Далі у підручнику подано умовні оператори, які варто використовувати для оцінки елементів масиву та подальшого опрацювання даних. Такий підхід дозволяє учням самостійно здійснити висновок щодо важливості оцінки елементів масиву та впливу цього процесу на сортування. Це стимулює активну участь учнів у навчальному процесі та сприяє їхньому кращому розумінню та запам'ятовуванню матеріалу.

Завдання для самостійного опрацювання чітко та зрозуміло сформульовані. По-перше, кожне завдання має простий алгоритм, який поетапно виконують учні. Це дозволяє їм розуміти структуру майбутньої програми та легше уявити собі її реалізацію. Простота та послідовність алгоритму сприяє кращому засвоєнню та виконанню навчального матеріалу.

Завдання № 12

- 1) Додай до інтерфейсу програми з Завдання №3 ще одну кнопку для реалізації сортування методом бульбашок та ще одне поле списку для виведення результату і порівняння.
- 2) Скопіюй код обробника події натискання кнопки «Сортувати» та заміни його кодом із завдання №10. Модифікуй цей код так, щоб він сортував методом бульбашок стільки елементів, скільки буде у списку. Забезпеч виконання цього методу по натисканні кнопки «Сортувати бульбашкою». Порівняй сортування двома способами на кількох прикладах — результати мають збігатися.

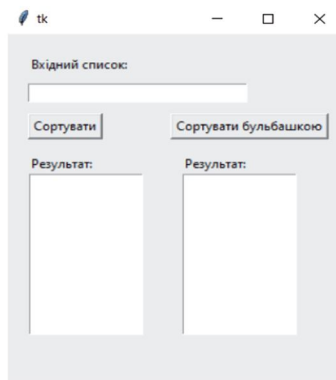


Рис. 4. Пояснення для виконання завдання

По-друге, до кожного завдання додається зразок інтерфейсу програми для користувача. Це допомагає учням уявити, як виглядає готова програма та яким чином вона буде взаємодіяти з користувачем. Враховуючи складність теми масивів, цей підхід робить засвоєння навчального матеріалу більш доступним та ефективним.

Варто відмітити, що після кожної теми є питання для самоконтролю: як усні, так і практичні. Вони стимулюють активну участь учнів у процесі навчання та сприяють кращому розумінню та запам'ятовуванню матеріалу, є важливою складовою успішного навчання і допомагають учням здійснити перехід від теорії до практики, забезпечуючи повне засвоєння інформації.

Усні питання стосуються теоретичних відомостей або ключових понять теми, що допомагає учням перевірити теоретичне розуміння та визначити, чи засвоїли вони основні аспекти теми. Практичні питання включають завдання на застосування отриманих знань та практичних навичок розв'язання задач або виконання конкретних завдань, які спонукають учнів випробувати свої навички у реальних ситуаціях і переконатися, що вони здатні застосовувати отримані знання на практиці.

Також на допомогу вчителю інформатики автори надали для ознайомлення авторську концепцію підручника та календарне планування (рис. 5).

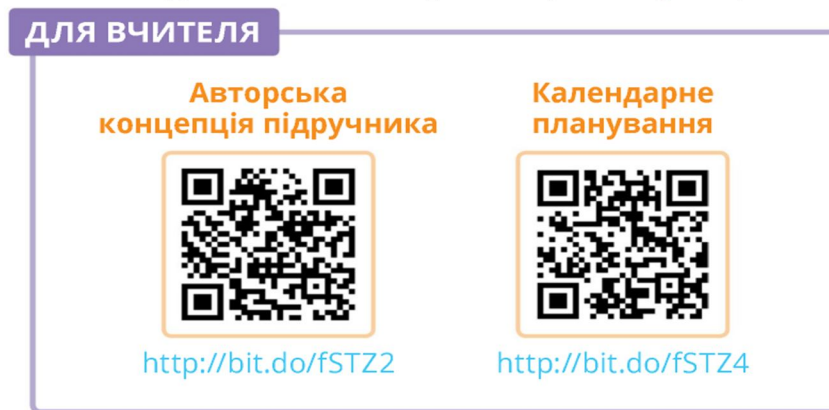


Рис. 5. Авторська концепція підручника та календарне планування

Підручник з інформатики авторів Н. В. Морзе та О. В. Барна [6] для 9 класу є цікавим ресурсом для вивчення інформатики, зокрема тем, пов'язаних з масивами. Один з основних аспектів цього підручника – це наочний навчальний матеріал, який допомагає учням повніше розуміти та якісно опанувати складний навчальний матеріал з програмування. Наявність конкретних прикладів і візуалізація допомагають учням більш чітко уявити складні концепції, що допомагає вчителю інформатики полегшити процес навчання.

Для наочного розуміння масивів, як абстрактного поняття, автори подають масиви у вигляді хмаринки, в якій є елементи з певними значеннями та індексами (рис. 6).

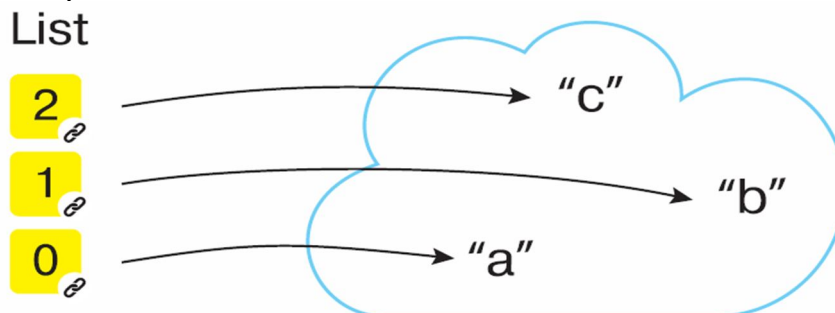


Рис. 6. Приклад наочності для пояснення масивів у підручнику «Інформатика» Н. В. Морзе, О. В. Барна

У темі «Як працюють з набором даних в мові програмування?» сконцентрована увага на практичній діяльності учнів. Навчальний матеріал подано з наочною демонстрацією результату виконання певної команди. Наприклад, на рис. 7 схематично відображено як додається в кінці новий елемент масиву при написанні команди `append(x)`.

Варто вказати недоліки та помилки. На рис. 7 графічний приклад та програмний код додавання в кінець масиву нового елемента мають різні назви масивів. У тексті поясненні та графічному поданні масив називається `list`, а у програмному коді масив має назву `a`. Таке подання є невдалим і може сприйматися як два різних приклади, що не пов'язані між собою.

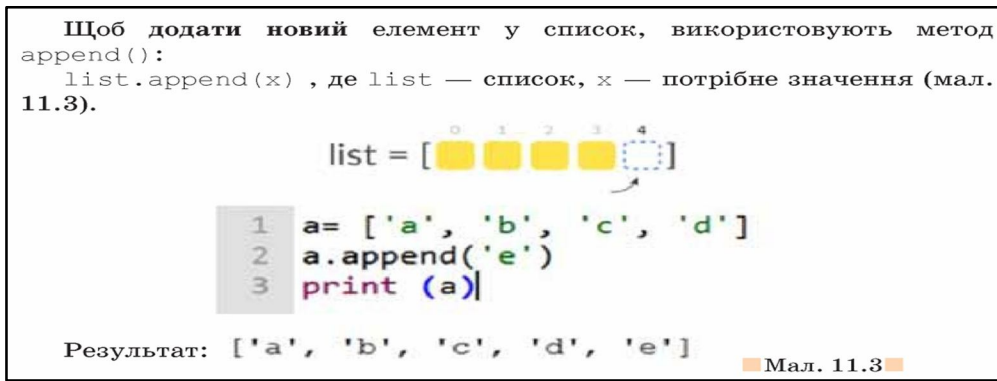


Рис. 7. Поєднання наочності та програмного коду

Практичні завдання детально описані і містять готові частини коду з рисунками результату успішного виконання завдання. Завдання розподілені на певні рівні складності, мають певні особливості виконання, концентруються на відпрацюванні важливих команд, що є важливою складовою даного підручника. Якщо взяти до прикладу завдання середнього рівня, то ми можемо спостерігати, що велика частина кодування виконана, і учневі залишається доповнити критичні аспекти для успішного виконання завдання (рис. 8).

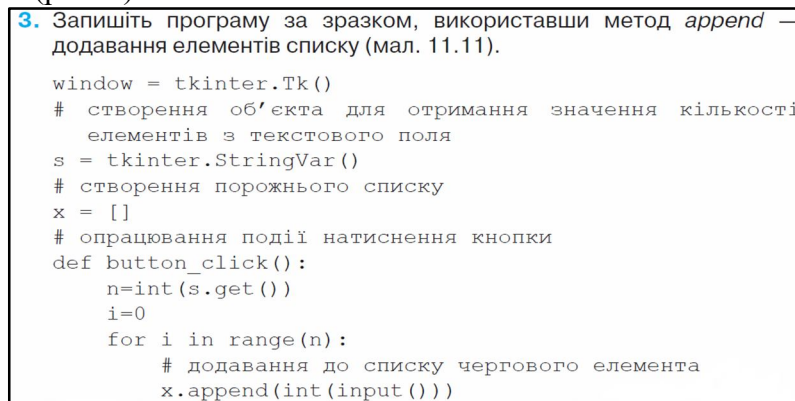


Рис. 8. Часткова самостійність у вирішенні завдання

У висновку щодо цього підручника варто підкреслити, що він забезпечує учням не лише розуміння основних принципів програмування, але й активну участь у власному процесі навчання, що сприяє їхньому успіху в освоєнні матеріалу. Такі якості формують його пріоритетність у виборі між іншими навчальними продуктами.

Підручник «Інформатика» авторів О.О. Бондаренка, В. В. Ластовецького, О. П. Пилипчука, Є. А. Шестопалова [1] надавати структурований та доступний навчальний матеріал, що спрощує засвоєння складних концепцій інформатики. Підручник створений з урахуванням потреб та можливостей учнів 9 класу, пропонує систематизовану та послідовну інформацію, допомагаючи зрозуміти основні концепції інформатики та вирішувати завдання в цій області.

Важливо зазначити, що кольорова палітра цього підручника менш яскрава та приваблива, порівняно з попередніми версіями (рис. 9). Хоча зовнішній вигляд може не мати прямого впливу на ефективність вивчення матеріалу, але варто зауважити, що приваблива "обгортка" може бути додатковою мотивацією для учнів звертати увагу на підручник. Особливо в підлітковому віці зовнішній вигляд може мати значний вплив на сприйняття предмету навчання.

§ 29. ПОНЯТТЯ ОДНОВИМІРНОГО МАСИВУ. СПИСКИ

Ви вже стикались із необхідністю зберігання наборів значень, об'єднаних за певною ознакою. Наприклад, у комп'ютерній грі можуть зберігатися координати персонажів на екрані, таблиці рекордів, ведення рахунку тощо. В обчислювальних програмах виникає потреба зберігати набори чисел: значення середньодобових температур за тижднів, відстаней між об'єктами, кількісних показників певного процесу тощо. Як вам вже відомо, для збереження сукупностей даних у програмуванні існують структуровані типи, або контейнери. Контейнер можна порівняти з картотекою — він зберігає набір значень у певному порядку.

Складені або структуровані типи — це типи даних, які мають внутрішню структуру та можуть бути сконструйовані з простих типів даних. Змінна або константа структурованого типу має декілька компонент, об'єднаних спільним ім'ям.

Створення списку

Список (list) — це упорядкований набір об'єктів різних типів

(чисел, рядків, списків тощо), який можна змінювати.

Значення списку вкладаються у квадратні дужки [] та відокремлюються одне від одного за допомогою коми. У мові Python списки використовуються для зберігання **масивів даних**.

Рис. 9. Приклад кольорової палітри в підручнику

Відмінність підручника авторів О. О. Бондаренка, В. В. Ластовецького, О. П. Пилипчука, Є. А. Шестопалова від інших, які ми проаналізували вище, відрізняється меншою кількістю прикладів наочності та візуалізації матеріалу. У підручнику відсутні конкретні приклади та ілюстрації, на відміну від підручників авторів О. В. Коршунова, І. О. Завадський, З. Р. Стасюк, В. О. Потієнко та авторів Н. В. Морзе та О. В. Барна, які можуть полегшити засвоєння матеріалу учнями, що ускладнює опанування складних алгоритмічних структур для учнів 9 класу. Брак конкретних прикладів та візуалізації може призвести до того, що учні відчуватимуть відстань між теорією, яку вони вивчають, та її практичним застосуванням. Візуалізація матеріалу може служити мостиком між абстрактними ідеями та їхнім практичним застосуванням, полегшуючи процес навчання.

Після виконання аналізу трьох навчальних підручників з інформатики для 9 класу авторів О. В. Коршунова, І. О. Завадський, З. Р. Стасюк, В. О. Потієнко, авторів Н. В. Морзе та О. В. Барна та авторів О. О. Бондаренка, В. В. Ластовецького, О. П. Пилипчука, Є. А. Шестопалова нами виокремлено деякі переваги та недоліки у подання навчального матеріалу під час вивчення масивів у програмуванні.

Загалом, вибір підручника повинен залежати від індивідуальних потреб та рівня підготовки учнів 9 класу ЗЗСО. Підручники авторів О. В. Коршунова, І. О. Завадський, З. Р. Стасюк, В. О. Потієнко, авторів Н. В. Морзе та О. В. Барна мають привабливий та сучасний дизайн, містять достатню кількість практичних прикладів алгоритмічних структур з опрацювання масивів.

Отже, ефективність використання текстових завдань у підручнику залежить від індивідуальних особливостей учнів та їхнього рівня підготовки та сприйняття навчального матеріалу. Проте, для поглибленого вивчення інформатики, автори підручника приділяють значну увагу програмуванню масивам, містить достатньо практичних завдань з опрацювання даних організованих за допомогою масивів, що потребують значного самостійного розв'язання учнями 9 класу ЗЗСО. Це сприяє повноцінному засвоєнню матеріалу, хоча такий шлях може бути важчим і більш вигідним для мотивованих учнів.

Висновки. Сучасна українська школа, як зазначено в нормативних освітніх документах, розбудовується на засадах особистісно зорієнтованого, компетентнісного і

діяльнісного підходів. Навчання інформатики згідно чинних програм і підручників відповідно до освітнього Державного стандарту істотно змінюють акценти в побудові організації процесу навчання інформатики у бік новітніх методик та сучасних цифрових освітніх технологій.

Проведений аналіз підручників з інформатики для учнів 9 класу з теми організації даних у вигляді масивів свідчить, що зміст тем є достатнім та сучасним для здобуття учнем базових знань з даної теми. Отриманні компетенції та практичні навички дозволяють учневі закладу загальної середньої освіти реалізувати свої можливості у програмуванні від найпростіших алгоритмічних структур до створення складних програм з аналізу масивів.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Бондаренко О. О., Ластовецький В. В., Пилипчук О.П., Шестопапов Є.А. Інформатика: підручник для 9 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: «Ранок», 2022. 237 с.
2. Ковтонюк М. М., Косовець О. П., Соя О. М., Леонова І. М. Архітектура цифрових технологій в освітньому середовищі викладача як трансфер інновацій в економічний простір держави. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*. 2023. № 68. С. 93-105. DOI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-68-93-106>
3. Коршунова О.В., Завадський І. О., Стасюк З.Р., Потієнко В.О. Інформатика: підручник для 9 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: «Освіта», 2022. 257 с.
4. Левчук О. М., Терпак Ю. В. Розробка пристрою візуальної демонстрації роботи алгоритмів сортування даних у масивах в процесі шкільного вивчення окремих курсів програмування. *The 4 th International scientific and practical conference—Priority directions of science and technology development*. Kyiv, 2020. 442 с.
5. Моїсеєнко М. В. Комбінований підхід при вивченні масивів та підпрограм у програмуванні. *III Всеукраїнська науково-методична інтернет-конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ*плюс-2022» Форум молодих дослідників*. 2022. С. 117-119.
6. Морзе Н.В., Барна О.В. Інформатика: підручник для 9 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ "Оріон", 2022. 238 с.
7. Ширяєва Н. В., Бондаренко Л. П. Практикум з інформатики для 5–9 класів: навч. посіб. для учнів. Харків: Видавничий дім "Основа", 2019. 224 с.
8. Soia O., Kovtoniuk M., Kosovets O., Petrovych S. Project-Based Learning as an Integration of Critical Thinking and Teamwork Skills of Future Teachers of Mathematics and Computer Science. In: Faure, E., et al. *Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. Springer, Cham, 2024. Vol 222. P. 385-399. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-71804-5_26

UDC 373.5.091.64:004

Methods of teaching masses of students of general secondary education institutions: analysis of computer science textbooks

Olena Kosovets, Dmytro Taskaiev

Abstract. The article analyzes the peculiarities of studying the topic of “arrays” in programming on the basis of three textbooks on computer science for the 9th grade (authors: O. V. Korshunov, I. O. Zavadskyi,

Z. R. Stasiuk, V. O. Potienko; N. V. Morse, O. V. Barna; O. O. Bondarenko, V. V. Lastovetskyi, O. P. Pylypchuk, E. A. Shestopalov). The advantages and disadvantages of each of them, in particular visualization, the presence of tasks of different levels of complexity, questions for self-control are considered. The structure of material presentation for the development of practical skills and the formation of theoretical knowledge is analyzed. The role of visualization and tasks for better learning of algorithmic structures is determined.

Keywords: algorithmic thinking, computer science, arrays, teaching methods, textbooks, programming, self-control, systemic thinking.

References

1. Bondarenko, O.O., Lastovetskyi, V. V., Pylypchuk, O. P., Shestopalov, E. A. (2022). *Informatics: a textbook for the 9th grade of general secondary education*, Ranok, Kharkiv. [in Ukrainian]
2. Kovtoniuk, M. M., Kosovets, O. P., Soya, O. M., Leonova, I. (2023). *Architecture of digital technologies in the educational environment of the teacher as a transfer of innovations to the economic space of the state*, Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems, **68**, 93-105. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-68-93-106>
3. Korshunova, O. V., Zavadskyi, I. O., Stasiuk, Z. R., Potienko, V. O. (2022). *Informatics: a textbook for the 9th grade of general secondary education*, Osvita, Kyiv. [in Ukrainian]
4. Levchuk O. M., Terpak Yu. V. (2020). *Development of a device for visual demonstration of the work of data sorting algorithms in arrays in the process of school study of individual programming courses*, The 4 th International scientific and practical conference-Priority directions of science and technology development, Kyiv. [in Ukrainian]
5. Moiseenko, M. V. (2022). *A combined approach to the study of arrays and subroutines in programming*, III All-Ukrainian Scientific and Methodological Internet Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists “Development of Intellectual Skills and Creative Abilities of Pupils and Students in the Process of Teaching Disciplines of the Natural and Mathematical Cycle ‘ITM*plus-2022’ Forum of Young Researchers”, 117-119. [in Ukrainian]
6. Morze, N. V, Barna, O. V. (2022). *Informatics: a textbook for the 9th grade of general secondary education*, “Orion”, Kyiv. [in Ukrainian]
7. Shyryaeva, N. V., Bondarenko, L. P. (2019). *Workshop on Informatics for grades 5-9: a textbook for students*, Kharkiv: Osnova Publishing House. [in Ukrainian]
8. Soia, O., Kovtoniuk, M., Kosovets, O., Petrovych, S. (2024). *Project-Based Learning as an Integration of Critical Thinking and Teamwork Skills of Future Teachers of Mathematics and Computer Science*. In: Faure, E., et al. *Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024*. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies, Springer, Cham, **222**, 385-399. https://doi.org/10.1007/978-3-031-71804-5_26

Про авторів / About the authors

Олена Косовець, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Olena Kosovets, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Дмитро Таскаєв, магістрант, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Dmytro Taskaiev, Graduate Student, Mykhailo Kotsiubynskyi Vinnytsia State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia, 21001, Ukraine.

Отримано / Received 10.09.2024
Доопрацьовано / Revised 08.10.2024

УДК 517.033

Формування ключових компетентностей старшокласників у навчанні природничих дисциплін

Ірина Лов'янова¹, Олександр Васецький²

¹ Криворізький державний педагогічний університет,
кафедра математики та методики її навчання, м. Кривий Ріг, Україна
lirihka22@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-3186-2837>

² Криворізький державний педагогічний університет,
кафедра математики та методики її навчання, м. Кривий Ріг, Україна
oleksandrvaseckij8@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0000-2049-6494>

Анотація. У статті обґрунтовуються дидактичні умови ефективного формування ключових компетентностей старшокласників у навчанні дисциплін природничо-математичного циклу. Автори розглядають, як надати змісту навчання компетентнісної спрямованості через пропозицію задач різного рівня складності. А також обґрунтовують, що модульна організація змісту навчання впливає на компетентнісне зростання старшокласників. У статті автори описують як було сплановане і проведене експериментальне навчання у межах ведення факультативного курсу "Основи пізнання в навчанні", яке дозволило апробувати і перевірити ефективність визначених дидактичних умов.

Ключові слова: ключові компетентності, навчальні модулі, природничі дисципліни, факультативний курс.

1. Вступ

Згідно з методичними рекомендаціями з розроблення складових державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти на засадах компетентнісного підходу перед системою середньої освіти постає завдання формування, розвитку й удосконалення комплексу компетентностей учня в період навчання. Оскільки навчання дисциплін природничо-математичного циклу має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей учнів, серед яких як математична компетентність так і основні компетентності у природничих науках і технологіях, то постає завдання організації змісту навчання з метою надання йому компетентнісної спрямованості з урахуванням вікових особливостей старшокласників. Таким чином, у навчанні дисциплін природничо-математичного циклу постає нагальна потреба у добрі змісту навчання, який

дозволяє формувати якості компетентної особистості старшокласника. Для забезпечення цього підходу мають бути систематизовані певні завдання. Найбільший потенціал, на думку Ghanbari [1], Feng, Lu and Yao [2], Jacome [5] в цьому напрямку мають компетентнісно орієнтовані задачі, які дозволяють предметом навчальної діяльності учнів зробити задачі, що моделюють актуальні проблеми, які виникають при вивченні інших навчальних дисциплін. Niss and Bruder [3], Cai and Hwang [4] вважають, що до такого типу задач можуть бути віднесені також задачі дослідницького типу.

2. Постановка проблеми

Аналіз нормативних документів [6; 7; 9], які декларують освітній процес дав змогу з'ясувати, що під ключовою компетентністю розуміють спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти у різних сферах життєдіяльності і належить до загальногалузевого змісту освітнього стандарту. Відповідно до Рекомендації Європейського Парламенту та Ради (ЄС) "Про основні компетенції для навчання протягом усього життя" [11] і положень «Концепції Нової української школи» [7] реалізація освітніх стандартів та програм повинна забезпечувати формування у випускника школи 10 ключових компетентностей [10], серед яких: основні компетентності у природничих науках і технологіях та математична компетентність.

Склад кожного навчального предмета містить у собі чотири взаємозалежних компоненти [8, с. 64], які дозволяють створювати умови формування компетентностей особистості у їх навчанні, а саме це:

- знання про світ і про способи діяльності;
- способи діяльності, що втілюються в уміннях і навичках;
- досвід творчої діяльності, що забезпечує можливість вирішувати нові задачі;
- зміст емоційно-ціннісних відносин особистості.

Як зазначено у дослідженні [8], найбільш значну групу навчальних дисциплін складають предмети з функцією "озброєння" учнів системою наукових знань. Саме до цієї групи належать природничі дисципліни (фізика, хімія, біологія). Цикл математично-природничих дисциплін шкільного курсу якнайбільше сприяє оволодінню соціальним досвідом. Тож у доборі змісту освіти має забезпечуватися перенесення стратегічних пріоритетів із знань і умінь на розвиток особистісних якостей школяра, щоб забезпечити його розвиток на сучасному рівні. Серед природничих наук математика грає особливу роль. Математичний апарат застосовується усіма науками. З цієї точки зору математику можна розглядати як спосіб і засіб поглиблення природничо-наукового знання. Пріоритетами розвитку математичної освіти є: особистісна орієнтація освіти; цілісне відображення компонентів математичної науки в шкільному змісті математичної освіти; забезпечення наступності змісту й вимог щодо його засвоєння; орієнтація на інтегровані курси математики; приведення обсягу й складності змісту у відповідність із віковими можливостями учнів; посилення практичної і прикладної спрямованості навчання математики; використання в процесі навчання математики нових педагогічних технологій. Основною ж метою освітньої галузі "Природознавства" є розвиток учнів за допомогою засобів навчальних предметів, що складають природознавство як наукову галузь, формування наукового світогляду, критичного мислення учнів завдяки засвоєнню ними основних понять і законів природничих наук та методів наукового пізнання, вироблення умінь застосовувати здобуті знання й приймати виважені рішення в природокористуванні [8, с. 65]. Аналіз діючих навчальних програм щодо змісту умінь і ставлень учнів з дисциплін біологія, фізика, математика за такими ключовими

компетентностями, як основні компетентності у природничих науках і технологіях та математична компетентність поданий у таблиці 1.

Мета статті: обґрунтувати дидактичні умови ефективного формування ключових компетентностей старшокласників у навчанні дисциплін природничо-математичного циклу.

З огляду на те, що змістовою базою навчання виступає навчальний предмет як складна система впливів, що діють на учня, вважаємо за доречне розглянути, як надання змісту навчання компетентнісної спрямованості через пропозицію задач різного рівня складності і модульної організації змісту навчання впливає на компетентнісне зростання старшокласників.

Таблиця 1

Компетентнісний потенціал дисциплін природничо математичного циклу

(складена на основі джерела [9])

	Основні компетентності у природничих науках і технологіях	Математична компетентність
біологія	<ul style="list-style-type: none"> - наукове розуміння природи і сучасних технологій, а також здатність застосовувати його в практичній діяльності; - уміння застосовувати науковий метод, формулювати гіпотези, збирати дані, спостерігати, проводити прості експерименти, аналізувати, формулювати висновки. 	<ul style="list-style-type: none"> - застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань та проблем у різних сферах діяльності; - здатність до розуміння і використання простих математичних моделей
фізика	<ul style="list-style-type: none"> - пояснювати явища природи, розуміти принцип дії та будову сучасної техніки, приладів та обладнання на основі фізичних та астрономічних знань; - планувати та реалізовувати фізичні та астрономічні спостереження й експеримент, фіксувати та опрацьовувати й правильно інтерпретувати та оцінювати їх результати; - добирати методи та засоби дослідження природних явищ, адекватні поставленим завданням 	<ul style="list-style-type: none"> - застосовувати математичний апарат для розв'язування фізичних та астрономічних задач; побудови графіків фізичних процесів; моделювання фізичних та астрономічних явищ у формі математичних рівнянь і співвідношень - усвідомлювати важливість математичних знань як інструментарію природничих наук, необхідної умови практичної реалізації їх досягнень у техніці та технологіях
математика	<ul style="list-style-type: none"> розпізнавати проблеми, що виникають у довкіллі і які можна розв'язати засобами математики; будувати та досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів 	<ul style="list-style-type: none"> оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних та практичних задач.

3. Основні результати

До дидактичних умов ефективного формування ключових компетентностей старшокласників у навчанні дисциплін природничо-математичного циклу нами віднесено наступні:

1. Надати змісту навчальної інформації природничих дисциплін особистісної спрямованості.

2. Структурувати навчальну інформацію у вигляді навчальних модулів (установчо-мотиваційного, змістово-пошукового, контрольо-смыслового, адаптивно-перетворювального, системно-узагальнювального, контрольо-рефлексивного).

Розкриємо зміст і шляхи дотримання цих умов, описані у дослідженні [8]. З цією метою обґрунтуємо вікові та індивідуально-психологічні особливості мислення старшокласників, що стали передумовою формування компетентної особистості у старшому шкільному віці, а також особливості змісту навчального матеріалу, що засвоюється старшокласниками й має бути компетентісно орієнтованим.

У наш час особлива увага приділяється розвитку мислення старшокласників. Саме в цей віковий період в учнів виробляється активна життєва позиція, більш свідоме ставлення до вибору майбутньої професії, до самовизначення і самосвідомості, формується світогляд, прищеплюються навички трудової й навчально-пізнавальної діяльності. Більш складні зміст і методи навчання старшокласників вимагають від них і більш високого рівня самостійності, активності, організованості, умінь застосовувати на практиці прийоми й операції мислення. Різко зростає потреба в самоконтролі й самовихованні, у знаннях своїх здібностей і можливостей їх реалізації, розвивається ініціатива і саморегуляція. Мислення стає більш глибоким, повним, всебічним і дедалі абстрактнішим; у процесі ознайомлення з новими прийомами розумової діяльності модернізуються старі, засвоєні на попередніх ступенях навчання. Оволодіння вищими формами мислення сприяє виробленню потреби в інтелектуальній діяльності, приводить, зрештою, до розуміння важливості теорії і прагнення застосовувати її на практиці. Для старшокласників важлива значущість самого навчання, його завдань, цілей, змісту і методів. Зміна значущості навчання впливає на ставлення учня не тільки до навчання, а й до самого себе. Старшокласник виявляє поглиблену цікавість до себе самого, до свого мислення, до своїх переживань. У психологічному образі юнака або дівчини нерідко поєднуються активність думки, що аналізує, схильність до міркування, емоційна вразливість, зацікавленість своїм майбутнім, оцінкою своєї придатності до професії, що обирається. Це багато в чому сприяє розвитку таких якостей, як спостережливість, вибірковість, критичність. Змінюються і мотиви навчання, тому що вони набувають для старшокласника важливий життєвий сенс. Характерно також посилення ролі узагальнень і абстракцій у розумовій діяльності: старшокласники розуміють загальне значення конкретних факторів, розуміють, що конкретний образ виступає не лише як факт, узятий окремо, але і як виразник загального [8, с. 62-63]. Змінюється відношення до оцінки і самооцінки, остання стає більш значимою для старшокласників у визначенні своїх особистих якостей, ніж оцінка оточуючих. Самосвідомість старшокласників, таким чином, досягає вищого етапу, який виражається в самоспостереженні, самооцінці, прагненні до самовдосконалення, самостійності, що, зрештою, приведе до самоосвіти й самовиховання [12]. Саме в цей час необхідно надати змісту навчальної інформації компетентісної спрямованості. Це можна реалізувати в умовах особистісно орієнтованого навчання природничих дисциплін із структуруванням змісту навчальної інформації у вигляді модулів. Розкриємо ці можливості, аналізуючи специфіку дисциплін природничого циклу та функції навчальних модулів у формуванні особистісних якостей учнів.

Зміст у структурі процесу навчання – один із основних його елементів. Сьогодні зміст освіти розглядається як засіб розвитку особистості, а не як самодостатня мета школи. З огляду на це процес формування ключових компетентностей ми вважаємо найбільш ефективним під час навчання предметам природничого циклу й здійснення міжпредметних зв'язків хімії, фізики, біології із математичними дисциплінами. На нашу думку, зміст природничих дисциплін і характер діяльності учнів у процесі його засвоєння якнайкраще сприяють розвитку компетентної особистості ще й тому, що саме на заняттях із цих дисциплін учень може відчувати той нерозривний зв'язок з оточуючим світом, який знаходиться в постійному русі, неперервно змінюється як кількісно, так і якісно, а тому спонукає до розвитку й діалектичного мислення. Саме під час навчання фізики, хімії, біології учень має відчутти себе частинкою навколишньої дійсності й суб'єктом її творення, а значить відчутти особистісну значимість знань і умінь, бажання набути досвіду й творчо його використати для перетворення дійсності.

Виходячи з того, що в традиційній навчальній діяльності учні найкраще опановують етап виконання, вважаємо за потрібне навчальну інформацію з природничих дисциплін структурувати у вигляді модулів: установчо-мотиваційного, змістово-пошукового, контрольного-сміслового, адаптивно-перетворювального, системно-узагальнювального, контрольного-рефлекторного, які у своїй дидактичній єдності сприяють формуванню в учнів активної позиції на таких етапах навчальної діяльності, як орієнтація, цілевизначення, планування, контроль, корекція, оцінка.

Самостійне виконання учнями зазначених етапів діяльності значно впливає на розвиток особистості, здатної самостійно мислити, приймати рішення, всебічно вдосконалюватися [8, с.62-65].

Розглянемо змістовну характеристику етапів навчального модуля з позиції їх впливу на розвиток особистості. Так, установчо-мотиваційний етап сприяє: стимулюванню прагнень учнів до успіхів у діяльності; актуалізації мотиваційних резервів учня; створенню психологічного клімату довіри між учителем і учнем; відчуттю учнем власної компетентності; позитивному проблемно-діалогічному прийняттю учнем навчально-виховних цілей; формуванню внутрішньої мотивації; емоційній насиченості пізнавальної активності учнів. Для змістово-пошукового етапу є характерним вибір оптимальних рівнів розв'язання учнями проблемних завдань залежно від інтелектуально-вольових можливостей учнів. Контрольно-смісловий етап через систему завдань для оцінки рівнів засвоєння й розуміння навчального матеріалу сприяє первинному осмисленню учнем ступеня оволодіння матеріалом, який вивчається.

Зазначені етапи складають проблемно-предметну фазу навчального модуля й спрямовані на свідоме оволодіння учнями такими етапами навчальної діяльності, як орієнтація, планування, контроль.

У свою чергу, формуючо-перетворювальна фаза навчального модуля складається з адаптивно-перетворювального, системно-узагальнювального, контрольного-рефлективного етапів і має на меті формування умінь, цілісної системи особистісних знань і розвиток творчої рефлексії, що позитивно впливає на осмислення ефективності різних норм діяльності в різних ситуаціях, на особистісний вибір змістовних цінностей, серед яких ми виділяємо опанування таких видів навчальної діяльності, як цілевизначення, корекція, оцінка [8, с.67-68].

З метою апробації і перевірки ефективності визначених дидактичних умов нами було сплановане і проведено експериментальне навчання у межах проведення факультативного курсу "Основи пізнання в навчанні" [8], його мета – це опанування досвіду творчої діяльності поетапно, а саме:

- 1) отримання знань про зміст і структуру мисленнєвих операцій (метазнання);

2) набуття умінь логічно оперувати навчальним матеріалом і використовувати отримані метазнання для розв'язання задач із фізики, хімії, біології;

3) формування умінь творчого характеру в процесі інтегрованого узагальнення знань із природничих дисциплін.

Згідно із зазначеними етапами зміст занять факультативу розподілено й представлено в програмі факультативного курсу (табл. 2). Оскільки факультативне навчання підпорядковане меті й завданням шкільної освіти, його мета полягає в забезпеченні разом з обов'язковим навчанням повноцінного розвитку особистості, створенні сприятливих умов для її самовизначення, підготовки до самореалізації у суспільстві.

Таблиця 2

Програма факультативного курсу "Основи пізнання в навчанні" [8, с. 117]

№ заняття	Зміст заняття	Години	Форми навчання	Навчальний модуль
Розділ I. Метазнання. Їх роль і місце у навчальній діяльності.				
1.	Вступне заняття. Діагностичний зріз.	2	Урок-лекція	Установчо-мотиваційний
2.	Мисленнєві операції, їх роль у процесі пізнання.	1	Семинарське заняття	
3.	Аналіз і синтез – основні мислительні операції.	2	Практичне заняття з ігровими елементами	Змістово-пошуковий і контрольнo-смысловий
4.	Порівняння. Значення порівняння в розвитку мислення.	2		
5.	Узагальнення. Способи емпіричних і змістовних узагальнень.	2		
6.	Класифікація. Її види. Правила здійснення класифікації.	2		
Розділ II. Прийоми мисленнєвої діяльності, їх застосування до засвоєних знань.				
7.	Емпіричні та теоретичні прийоми мисленнєвої діяльності.	2	Лекція	Адаптивно-перетворювальний
8.	Прийоми осмисленого запам'ятовування.	2	Урок-дидактична гра	Системно-узагальнювальний
9.	Використання прийомів мисленнєвої діяльності у навчанні.	4	Групове заняття	
10.	Узагальнююче заняття. Контрольний зріз.	2	Залік	Контрольно-рефлексивний
Розділ III. Творчий характер засвоєних знань.				
11.	Здійснення мисленнєвих операцій аналізу та синтезу під час виконання міжпредметних завдань із природничих дисциплін.	2	Семинарське заняття	Адаптивно-перетворювальний
12.	Порівняння предметів дослідження природничих дисциплін і використання мисленнєвої операції порівняння у ході розв'язання задач природничого змісту.	2	Практикум	
13.	Роль узагальнення під час виконання міжпредметних завдань природничого змісту.	2	Практикум	Системно-узагальнювальний

14.	Здійснення прийомів перенесення знань і умінь у процесі вивчення математики, фізики, хімії, біології.	2	Урок-лекція	
15.	Узагальнення знань із природничих дисциплін за інтегрованою схемою.	2	Урок-дискусія	
16.	Узагальнююче заняття. Підсумковий зріз.	2	Групове заняття	Контрольно-рефлексивний
	Усього:	33		

Факультативний курс тісно пов'язаний з такими навчальними дисциплінами, як: математика, фізика, хімія, біологія та інші. Він розширює, поглиблює знання учнів із цих предметів та водночас дає змогу зрозуміти сутність і сферу застосування мисленневих операцій та прийомів мисленневої діяльності, тобто знань про знання. Курс розрахований на 33 години теоретико-практичних занять. Metі й завданням факультативного курсу в найбільшій мірі відповідають такі форми занять, як: шкільна лекція, навчальний діалог, практичні заняття, дидактичні ігри.

Розглянемо більш детально методичні особливості експериментального навчання [8, с.118-123].

Враховуючи те, що експериментальне навчання відбувалося в рамках навчання природничих дисциплін, були створені умови, сприятливі для творчого зросту кожного учня і формування його компетентності, а саме:

1) зміст занять факультативу спирався на знання й досвід учнів, отримані на заняттях із природничо-математичних дисциплін;

2) відпрацювання умінь у ході навчання відбувалося за наступною схемою:

- ознайомлення з основними структурними елементами знань;
- засвоєння орієнтовної основи дій;
- застосування дій (умінь);
- складання плану використання дії узагальненого характеру;
- здійснення дій узагальненого характеру;
- з'ясування можливостей перенесення засвоєної дії у нові умови;

3) формування умінь логічно оперувати навчальним матеріалом відбувалося через пред'явлення учням системи задач із фізики, хімії, біології, математики, що поступово ускладнюються й потребують використання метазнань;

4) зміст факультативних занять структурований у вигляді навчальних модулів;

На першому його етапі відбувалося опанування учнями теоретичних основ пізнання у навчанні на заняттях факультативу, де учням пропонувалися допрофільні завдання, спрямовані на засвоєння знань про мисленневі операції аналізу, синтезу, порівняння, узагальнення, класифікації тощо. Отримання знань відбувалося за допомогою науково-методичного забезпечення таких навчальних модулів, як: установчо-мотиваційний, змістово-пошуковий, контрольно-смысловий.

Заняття розпочиналися установчо-мотиваційним модулем, мета якого: формування внутрішньої мотивації змістово-спроектованої навчальної діяльності учня, передбачала спостереження кожним учнем власного творчого потенціалу й визначення сфери інтересів.

Змістово-пошуковий модуль на заняттях факультативу мав на меті розвиток пошукової пізнавальної активності й самостійності учнів, а тому передбачав мінімізацію теоретичного матеріалу теми; актуалізацію опорних знань і пошук їхніх зв'язків із невідомими знаннями; змістовність і розгорнутість зовнішнього й внутрішнього навчальних діалогів; вибір оптимальних рівнів розв'язання учнями проблемних завдань залежно від інтелектуальних можливостей учнів; розкриття

загальної логіки суджень і міркувань. Спираючись на самоспостереження учнів, зроблене під час проходження установчо-мотиваційного модуля, завдання, які пропонувалися учням на заняттях факультативу, були підібрані у відповідності із сферами інтересів учнів і умовно поділені на три групи: 1) допрофільні завдання; 2) профільні завдання; 3) завдання міжпредметного характеру (міжпрофільні).

Завдання кожної групи мали на меті ознайомлення зі змістом і структурою таких операцій, як: аналіз, синтез, порівняння, узагальнення, абстракція тощо; виділення окремої операції із сукупності інших та застосування її до виконання завдання. При цьому зміст допрофільного завдання був спрямований на засвоєння метазнань, проте не спирався на якусь окрему навчальну дисципліну або предмет, а носив загальнообізнаний характер. Що ж стосується профільного завдання, то зміст його потребував використання метазнань до конкретної задачі математичного, фізичного, природничого змісту. Завдання міжпредметного характеру передбачали перенесення знань з однієї дисципліни на іншу, інтеграцію двох-трьох дисциплін природничого циклу для розв'язання поставлених задач. Наведемо приклади завдань першої групи, які використовувались нами в експериментальному навчанні. До групи допрофільних завдань нами віднесені наступні:

1. Знайдіть закономірність і заповніть пропуски в заданих послідовностях:

- | | |
|---|--|
| а) 82, 97, 114, 133, ..., ...; | б) 15,16,14,17,13,18, ..., ...; |
| в) 9, 1, 7, 1, ..., ..., 3, 1; | г) 1, 8, ..., 64, ...; |
| д) 66, 34,18, 10, 6, 4, ..., ...; | е) 57, 60, 30, 34, 17, 22, 11, ..., ...; |
| є) 2, 3, 6, 11, 18, 27, 38, ..., ...; | ж) 174, 1714, 57, 54, 18, 15, ..., ...; |
| з) 2, 5, 10, 17, ..., 37, 50, ..., 82, 101. | |

2. Закінчить речення:

- а) З того, що Петро вищий за Миколу, а Микола вищий за Марію, випливає, що...
- б) Олексій має зріст більший, ніж Богдан, а Богдан більший, ніж Віра, які за зростом Олексій і Віра?
- в) $A > B$ у 9 разів, $B < V$ у 4 рази, порівняйте B і A .
- г) $A < B$ у 10 разів, $B > V$ у 6 раз, які між собою A і V ?
- д) $A < B$ у 5 раз, $B > V$ у 2 рази, які між собою A і V ?

3. Вирішіть проблему вибору плити для кухні:

- а) Яку плиту – газову чи електричну ви хотіли б мати на своїй кухні?
- б) Чому кухню з газовою плитою необхідно провітрювати частіше, ніж кухню з електричною плитою?

4. Чому не можна гасити водою:

- а) пожежу провідника електричного струму;
- б) деякі горючі рідини;
- в) горючі метали (магній)?

5. Поясніть чому:

а) узимку перед пуском двигуна автомобіля спочатку рекомендується на нетривалий час уключити фари і лише потім увімкнути двигун?

б) після зимового періоду експлуатації машину необхідно ретельно вимити, особливо низ кузова?

6. Чотири різних за масою предмети потрібно розташувати в порядку убубання їхніх мас. Користатися для цього можна лише чашковими вагами без гир. Скільки зважувань досить для розв'язання цієї задачі?

7. Розподіліть хімічні елементи:

Al, C, Cl, F, N, Na, Ne, O, P, S

- а) у залежності від зростаючого числа протонів у ядрі атома;

б) у залежності від збільшення числа валентних електронів (у випадку однакового числа валентних електронів першим назвіть елемент із меншим загальним числом електронів);

в) на дві групи за місцем їхнього розташування в другому і третьому періодах періодичної системи елементів;

г) у залежності від зростаючої відносної атомної маси $A_2(x)$ елемента.

8. Кришка столу має чотири кути. Якщо один з кутів відпиляти, то скільки кришка матиме кутів?

9. Розділити п'ять батонів хліба між шістьма людьми, не розрізаючи жоден батон на шість рівних частин.

10. Придумайте рівняння, коренями якого є всі числа від 2 до 5 [8].

Особливу увагу під час засвоєння змісту занять факультативу ми приділяли контрольному-смысловому модулю, метою якого є розвиток оцінки й самооцінки, контролю й самоконтролю, що сприяє формуванню умінь самостійно виконувати розумові дії планування, саморозвитку й рефлексії власної діяльності. Для нас на цьому етапі навчання були важливими особистісні прояви учнів, їх ініціатива.

Другий етап, спрямований на опанування прийомів розумової діяльності, передбачав засвоєння другого розділу факультативних занять, які являли собою адаптивно-перетворювальний, системно-узагальнювальний, контрольній-рефлексивний модулі, змістом яких стала група профільних завдань, що поступово ускладнюються й потребують використання метазнань.

Для досягнення поставленої мети на другому етапі експерименту (під час засвоєння розділу II факультативних занять та на заняттях із природничих дисциплін) учням 10-11 класів пропонувалися задачі з хімії, фізики, біології, віднесені нами до групи профільних завдань, які поступово ускладнювалися за своїми вимогами й потребували використання метазнань, засвоєних під час вивчення тем першого розділу факультативу [8, с.127-128]. При цьому незалежно від навчальної дисципліни підвищення ступеня складності задач відбувалося в наступній послідовності: явище описане без урахування взаємозв'язків з іншими явищами, в задачі відображено взаємозв'язок однохарактерних явищ; в задачі відображено взаємозв'язок різнохарактерних явищ; в задачі відображено зв'язок явищ, які невідомі учням із теорії і неочевидні для них; зв'язок між елементами, характерний для певної нестандартної ситуації. Побудована таким чином система задач пропонувалися учням у ході експерименту на уроках хімії, біології та фізики. Це дало змогу не лише виробити в учнів специфічні предметні уміння й сформувані в них ширше уявлення про явище або процес, що вивчається, а й формувати уміння проводити аналіз, порівнювати, застосовувати необхідні прийоми мисленнєвої діяльності, робити висновки.

Наведемо приклади задач з фізики, запропонованих учням 10-го класу:

1. Як змінюється внутрішня енергія ідеального газу під час адіабатного розширення?

2. При якому процесі зміна внутрішньої енергії системи дорівнює кількості переданої теплоти?

3. Газу передано кількість теплоти 100 Дж, і зовнішні сили виконали над ним роботу 300 Дж. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії газу?

4. Теплова машина за один цикл отримує від нагрівача кількість теплоти 100 Дж і віддає холодильнику 60 Дж. Чому дорівнює ККД машини?

5. У циліндрі, що герметично закритий поршнем, містяться вода і насичена водяна пара. Як зміниться тиск у циліндрі, якщо з переміщенням поршня об'єм зменшується, а температура не змінюється?

6. Як зміниться температура кипіння води у відкритій посудині при підвищенні

атмосферного тиску?

7. Відносна вологість повітря в кімнаті дорівнює 100%. Яке співвідношення показників сухого й вологого термометрів?

8. Яку з перелічених властивостей має кожний кристал: твердість, анізотропія, існування плоских граней, прозорість? [8]

Паралельно з уведенням у зміст занять систем задач, що поступово ускладнюються, ми на уроках з природничих дисциплін пропонували також різні варіанти виконання завдань, а саме:

- пошук оптимального змісту завдання, формування умови, зрозумілої для більшості учнів;
- пошук різних способів виконання завдання;
- пошук недостатніх чи надлишкових даних в умові завдання;
- аналіз результатів виконання завдання;
- конструювання завдань на основі критичного аналізу різних інформаційних джерел;
- розробка на основі вхідного завдання серії аналогічних чи обернених завдань;
- розробка завдань із недостатніми чи надлишковими даними;
- розробка завдань із поліваріантними способами розв'язання;
- пошук міжпредметних зв'язків, закладених у сюжеті або способі розв'язання задачі, або в методиці пошуку розв'язання.

Третій розділ факультативу й відповідно етап експериментального навчання полягав в наступному: на основі набутих учнями знань і їх власного суб'єктивного досвіду закріпити уміння, здобуті на попередніх етапах у процесі їх активного використання під час розв'язування міжпрофільних завдань різного рівня складності. Зміст занять цього етапу носив характер узагальнюючого повторення, яке складало міжпредметні завдання різного рівня складності, метою яких є набуття умінь переносити засвоєні способи дій і знання з однієї дисципліни на іншу.

Узагальнююче повторення за інтегрованою схемою передбачало наступні кроки:

- 1) повторення і систематизацію основних теоретичних положень і ведучих ідей науки в рамках розглядуваної теми;
- 2) вихід розглядуваного теоретичного положення в практичну діяльність або спорідненні дисципліни;
- 3) визначення важливості досліджуваного положення для подальшого теоретичного розвитку науки в рамках розглядуваної та споріднених дисциплін;
- 4) окреслення кола задач, які можливо розв'язати, спираючись на дане теоретичне положення.

При цьому робився аналіз ролі математичного апарату в дослідженнях природничих дисциплін.

У ході організації навчання за інтегрованою схемою учням було надано можливість зрозуміти міжпредметний характер умінь логічно оперувати навчальним матеріалом; зміст завдань, запропонованих учням, сприяв формуванню таких умінь, як перенесення засвоєних способів діяльності в нові умови (наприклад, відома математична (фізична) задача переноситься в іншу сферу знань або діяльності, виникає проблема її використання); бачення нової проблеми у знайомій ситуації (на протікання знайомого природничого процесу здійснюється вплив збоку деяких зовнішніх факторів, виникає проблема, яка потребує розв'язання); комбінування відомих способів діяльності в новій (застосування знань, здобутих із різних дисциплін для дослідження комплексної задачі або проблеми) що сприяє формуванню компетентності в природничих науках і технологіях.

Висновки. Підсумовуючи результати проведення занять факультативу, слід відмітити, що найбільш ефективним у процесі формування групи умінь які визначають математичні компетентності і компетентності у природничих науках та технологіях виявилось уведення в зміст навчання метазнань і використання їх у процесі пред'явлення учням системи задач, що поступово ускладнюються від завдань допрофільного характеру, до завдань міжпрофільних. Наше дослідження не вичерпало всіх аспектів розглядуваної проблеми. Подальшого вивчення потребує зокрема питання організації процесу навчання в багатопрофільних ліцеях і його вплив на рівень сформованості в учнів ключових компетентностей.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Cody K. J. Comparison of student achievement, understanding, enjoyment, and motivation in mathematics units for high-achieving fifth graders with and without creative problem solving games. *Graduate Research Papers*, 2013. 157 p. URL: <https://scholarworks.uni.edu/grp/157>
2. Ghanbari S. A. Competency-Based Learning. *Encyclopedia of the Sciences of Learning*. Boston: Springer, 2012. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_1209
3. Marco J. Competency-Based Training Model for Mathematics Teachers in Virtual Platforms. *International Journal for Cross-Disciplinary Subjects in Education (IJCDSSE)*. 2016. Vol. 7, No. 3, September. P. 2864-2868. URL: <https://infonomics-society.org/wp-content/uploads/ijcdse/published-papers/volume-7-2016/Competency-Based-Training-Model-for-Mathematics-Teachers-in-Virtual-Platforms.pdf>
4. Niss M., Bruder R., Planas N., Turner R., Villa-Ochoa J.A. Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research. *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2017. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15
5. Xiaoying Feng, Guangxin Lu, Zhihong Yao. Professional Task-Based Curriculum Development for Distance Education Practitioners at Master's Level: A Design-Based Research. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*. 2015. Vol. 16, No. 2, April. P. 288-310. URL: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1061077.pdf>
6. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс]. URL: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011>
7. Концепція Нової української школи [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/tag/nova-ukrainska-shkola?&type=all&tag=nova-ukrainska-shkola>
8. Лов'янова І. В. Формування інтелектуальних умінь старшокласників у процесі вивчення предметів природничого циклу: дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата педагогічних наук за спеціальністю 13.00.09 – теорія навчання. Інститут педагогіки АПН України, Київ, 2006. 208 с.
9. Навчальні програми для 10-11 класів. [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>
10. Нова українська школа: ключові компетентності [Електронний ресурс]. URL: <https://uied.org.ua/2020/03/323/>
11. Рекомендації Європейського Парламенту та Ради (ЄС) "Про основні компетенції для навчання протягом усього життя" [Електронний ресурс]. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994_975#Text
12. Токарева Н. М., Шамне А. В. Вікова та педагогічна психологія: навчальний посібник [для студентів вищих навчальних закладів]. Київ, 2017. 548 с.

UDC 517.033

Formation of key competencies of high school students in learning natural sciences

Iryna Lovianova, Oleksandr Vasetskyi

Abstract. The article substantiates the didactic conditions for the effective formation of key competencies of high school students in learning the disciplines of the natural and mathematical cycle. The authors consider how to give the content of training a competence orientation by offering tasks of different complexity levels. They also substantiate that the modular organization of the learning content affects the competence growth of high school students. In the article, the authors describe how experimental training was planned and carried out within the framework of conducting the optional course "Fundamentals of Cognition in Education" which allowed to test and verify the effectiveness of the specified didactic conditions.

Keywords: key competencies, educational modules, natural sciences, optional course.

References

1. Cody, K. J. (2013). *Comparison of student achievement, understanding, enjoyment, and motivation in mathematics units for high-achieving fifth graders with and without creative problem solving games*, Graduate Research Papers, 157. <https://scholarworks.uni.edu/grp/157>
2. Ghanbari, S. A. (2012). *Competency-Based Learning. Encyclopedia of the Sciences of Learning*, Springer, Boston, 2012. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_1209
3. Marco, J. (2016). *Competency-Based Training Model for Mathematics Teachers in Virtual Platforms*, International Journal for Cross-Disciplinary Subjects in Education (IJCDSE), 7 (3), 2864-2868. <https://infonomics-society.org/wp-content/uploads/ijcdse/published-papers/volume-7-2016/Competency-Based-Training-Model-for-Mathematics-Teachers-in-Virtual-Platforms.pdf>
4. Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., Villa-Ochoa, J. A. (2017). *Conceptualisation of the Role of Competencies, Knowing and Knowledge in Mathematics Education Research*, Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13, Monographs, Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15
5. Xiaoying, F., Guangxin, L., Zhihong, Y. (2015). *Professional Task-Based Curriculum Development for Distance Education Practitioners at Master's Level: A Design-Based Research*, International Review of Research in Open and Distributed Learning, 16 (2), 288-310. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1061077.pdf>
6. State standard of basic and full general secondary education. [in Ukrainian]. <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1392-2011>
7. *The concept of the New Ukrainian School*. [in Ukrainian]. <https://mon.gov.ua/tag/nova-ukrainska-shkola?&type=all&tag=nova-ukrainska-shkola>
8. Lovyanova I.V. Shaping the intellectual skills senior pupils in process of the study natural subjects. Thesis, the Candidate of Science (Education), speciality 13.00.09 – theory of education. – Institute of pedagogics of APS Ukraine, Kiev, 2006. 208 p. [in Ukrainian]
9. *Educational programs for grades 10-11*. [in Ukrainian]. <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>
10. New Ukrainian school: key competencies. [in Ukrainian]. <https://uied.org.ua/2020/03/323/>
11. *Recommendations of the European Parliament and the Council (EU) "On core competences for lifelong learning"*. [in Ukrainian]. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994_975#Text
12. Tokareva, N.M., Shamne, A.V. (2017). *Age and pedagogical psychology: a study guide* [for students of higher educational institutions], Kyiv, 2017. [in Ukrainian]

Про авторів / About the authors

Ірина Лов'янова, доктор педагогічних наук, професор, кафедра математики та методики її навчання, Криворізький державний педагогічний університет, пр. Університетський, 54, м. Кривий Ріг, 50054, Україна;

Iryna Lovianova, Doctor of Science in Pedagogy, Professor, Department of Mathematics and Methods of Its Training, Kryvyi Rih State Pedagogical University, 54 University Ave., Kryvyi Rih, 50054, Ukraine;

Олександр Васецький, аспірант, кафедра інформатики та прикладної математики, Криворізький державний педагогічний університет, пр. Університетський, 54, м. Кривий Ріг, 50054, Україна;

Oleksandr Vasetskyi, Graduate Student, Department of Informatics and Applied Mathematics, Kryvyi Rih State Pedagogical University, 54 University Ave., Kryvyi Rih, 50054, Ukraine.

Отримано / Received 12.09.2024
Доопрацьовано / Revised 07.10.2024

УДК 53.05+374

Домашній фізичний експеримент і можливості його проведення в сучасних умовах

Микола Моклюк¹, Анатолій Сільвейстр², Ольга Моклюк³

¹ Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
mokljuk@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-8717-5940>

² Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
silveystram@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-3633-3910>

³ Державний навчальний заклад «Гушинецьке вище професійне училище», с. Гушинці, Вінницька область, Україна
mokljuko@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0006-6787-6738>

Анотація. Стаття присвячена дослідженню організації домашніх фізичних експериментів у сучасних умовах. Основне увага приділяється доступності матеріалів та обладнання, а також використанню сучасних цифрових технологій для їх організації та проведення.

Проаналізовано різновиди експериментів, які можуть бути виконані в домашніх умовах з мінімальними витратами та без необхідності спеціалізованого лабораторного обладнання. Це дає можливість учням не лише виконувати прості дослідження, але й розвивати мислення, навички наукового дослідження, формулювання гіпотез, проведення спостережень та аналізу результатів.

Також у статті йдеться про роль домашніх фізичних експериментів у контексті сучасних освітніх технологій. Використання віртуальних лабораторій, мобільних додатків та онлайн-платформи надає можливість учням взаємодіяти з навчальним матеріалом в інтерактивному вигляді, що значно підвищує рівень їх цікавості та мотивації до навчання. Автори підкреслюють, що такі технології можуть стати ефективним доповненням до традиційних методів навчання фізики, після чого вони можуть учням самостійно планувати та проводити експерименти.

У статті наведено приклади експериментів, які можуть бути легко організовані в домашніх умовах.

Автори наголошують на важливості інтерактивної взаємодії між учителями та учнями під час підготовки та проведення дослідів, що сприяє формуванню активної позиції учнів у навчальному процесі. Також підкреслюється, що такі експерименти дозволяють учням не тільки закріплювати знання, але й розвивати навички критичного мислення, аналізу та синтезу інформації.

З'ясовано, що домашні фізичні експерименти є промисловим інструментом сучасного освітнього процесу. Вони забезпечують не тільки можливість закріплення теоретичних знань на практиці, але й сприяють розвитку в учнівського наукового світогляду,

самостійності та відповідальності за результати своєї діяльності. Сучасні технології та ресурси роблять ці експерименти доступними та цікавими, навіть у домашніх умовах.

Ключові слова: шкільний фізичний експеримент, домашній експеримент, експериментальні завдання, навчання фізики.

1. Вступ

За останні роки в Україні через пандемію Covid-19, а згодом російське повномасштабне вторгнення і введення воєнного стану, дистанційне навчання стало основною формою здійснення освітнього процесу в закладах середньої освіти. Суспільні виклики вимагають новаторських методів і форм навчання, які реалізуються на основі використання інформаційно-комунікаційних та цифрових технологій. І фізика у цьому випадку не є винятком.

Визначальним для підвищення якості навчання фізики в закладах середньої освіти є вдосконалення шкільного фізичного експерименту, разом з тим і домашнього. Психолого-педагогічні основи використання домашнього експерименту під час вивчення фізики розглянуті в працях Л. Гримака, Н. Зверєвої, Г. Костюка, О. Леонтьєва, С. Рубінштейна, І. Харламова та інших.

Дослідженню проблем вдосконалення організаційних форм, методів та засобів навчання, подальшого розвитку шкільного фізичного експерименту присвячено роботи П. Атаманчука, О. Бугайова, В. Бутова, С. Величка, Г. Гайдучка, С. Гончаренка, В. Заболотного, В. Зібера, Є. Коршака, О. Ляшенка, В. Мендерецького, Б. Миргородського, В. Нижника, С. Покровського, М. Розенберга, В. Савченка, О. Сергєєва, О. Цінгера, М. Шута та інших.

Значний внесок у розвиток теоретичних і практичних питань використання експериментальних завдань з фізики у домашній роботі учнів зробили О. Бондар, В. Гайда, Б. Грудинін, А. Давидьон, В. Зібер, П. Ковальов, Ю. Мельник, В. Мислінчук, М. Остапчук, С. Покровський, М. Руденко, А. Сільвейстр, Є. Соколова, С. Шамаш, В. Шилов, С. Юров та інші.

У працях цих науковців описано експериментальні завдання з фізики, які учні можуть виконати в домашніх умовах, а також роль, місце і методику їх використання у освітньому процесі. Незважаючи на це актуальним залишається питання організації та проведення домашньому фізичного експерименту як засобу активізації пізнавальної діяльності учнів. Необхідність такого підходу до домашнього експерименту впливає з закономірностей освітнього процесу, адже знання, вміння та навички, які учні отримують в класі, мають бути закріплені під час виконання домашньої роботи. Як засвідчують учителі на практиці, саме такий підхід забезпечує активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів, підвищення ефективності організації та використання навчального часу, сприяє поглибленню знань, формуванню та розвитку їх практичних умінь і навичок.

2. Постановка проблеми

У вивченні фізики та інших предметів природничого циклу ключове значення для здобувачів освіти мають навички проведення експериментів. За допомогою експериментального методу можна визначити причинно-наслідкові зв'язки між різними явищами, встановити зв'язок між різними величинами, які характеризують властивості

об'єктів та явищ. Цей метод також надає можливість досліджувати кінетику, динаміку процесів і їхню енергетичну сутність [4].

У рекомендаціях МОН України для освітніх програм Нової української школи пропонуються індивідуальні види діяльності для розв'язання проблемних питань на уроках природничого циклу. До них відносять розв'язування кількісних, якісних, експериментальних задач і завдань, ознайомлення з будовою та принципом дії вимірювальних приладів для їх подальшого використання з метою формування практичних навичок, а також виконання експериментальних завдань.

Разом з тим практична педагогічна діяльність свідчить, що домашні експерименти відіграють значну роль у розвитку самостійної, пізнавальної діяльності учнів. Особливо важливо це для уроків фізики, де домашній експеримент є складовою шкільного фізичного експерименту [10]. Домашній експеримент є одним з аспектів самостійної освітньої роботи, тому організація його проведення та виконання потребує врахування загальних вимог, які стосуються домашніх завдань. Необхідність використання домашньої роботи учнів обумовлена тим, що вивчення навчального матеріалу не повинна обмежуватися лише роботою в класі. Для повного освоєння матеріалу учні повинні зустрічатися з його реалізацією у різних ситуаціях та контекстах з різних точок зору. Тому можна стверджувати, що виконання домашніх завдань сприяють формуванню та розвитку в учнів знань, практичних умінь і навичок. Адже вони передбачають поглиблення і закріплення опанованих на уроці знань та їх використання в умовах, які наближені до реальних життєвих ситуацій [8, с. 7].

У зв'язку з цим і виникає необхідність дослідження можливих шляхів організації і проведення домашніх фізичних експериментів в сучасних умовах.

Мета статті - проаналізувати переваги та недоліки впровадження домашніх фізичних експериментів для здобувачів середньої освіти в сучасних умовах, враховуючи індивідуальні особливості та важливість самостійної роботи, дослідити можливості їх організації та проведення.

3. Основні результати

У загальному розумінні, під домашньою експериментальною діяльністю мається на увазі індивідуальна практична робота учня, яка передбачена освітньою програмою і здійснюється з використанням необхідних засобів у домашніх умовах під методичним керівництвом вчителя. Такі експерименти навчають учнів самостійно поглиблювати і вдосконалювати знання, а також сприяють формуванню та розвитку практичних умінь і навичок. Вони допомагають розвивати експериментальні вміння на основі використання побутових приладів, предметів або саморобного обладнання. Виконання такого типу завдань сприяють підвищенню емоційності навчання, забезпечують розвиток інтересу до вивчення фізики, активізують творче мислення, а також формують уміння в учнів працювати як індивідуально, так і в групі. Разом з тим, вони доповнюють шкільні експерименти тими дослідженнями, які неможливо провести в класі.

Назву «домашні» відносно фізичних експериментів використовують аби виокремити завдання, для виконання яких достатньо простого обладнання, що є або можуть бути у побутовому вжитку. Такого типу експериментальні дослідження включають спостереження, порівняння, найпростіші вимірювання деяких фізичних величин, встановлення залежностей між ними, аналіз властивостей та характеристик чинних моделей, експериментальних зразків, фізичних явищ і процесів тощо. Досвід їх використання в освітньому процесі з фізики підтверджує, що багато традиційних лабораторних робіт можна замінити циклом аналогічних домашніх експериментальних завдань [2].

Як вже зазначалося, проведення домашніх експериментів з фізики в сучасних умовах потребує активної діяльності як вчителя, так і учнів. І тому роль вчителя є надзвичайно важливою. Він здійснює організацію, підготовку, методичну та рекомендаційну підтримку учнів. Саме вчитель визначає мету, завдання, оптимальні форми та методи роботи, підбір навчального матеріалу, доступного обладнання тощо. Також він повинен сприяти створенню такого освітнього середовища, в якому учні будуть вмотивовані та зацікавлені виконувати домашній експеримент.

Вчителю варто кожного разу розробляти чіткий та зрозумілий план проведення домашнього експерименту, інструкції з техніки безпеки. У цьому випадку доречним буде використання сучасних інформаційних технологій (відеоматеріали, моделювання, онлайн-симуляції тощо).

В свою чергу ефективність проведення домашнього фізичного експерименту напряму залежить від учні. Вони зі свого боку мають проявляти зацікавленість у процесі вибору теми, організації та виконанні завдань. Важливо, щоб учні могли самостійно пояснювати фізичні процеси та явища, інтерпретувати результати дослідження, представити їх у тому чи іншому вигляді. Крім того, важлива комунікація учнів з іншими учнями, обговорення ними їх дослідження. Також важливим етапом проведення домашніх експериментів є оцінка власної роботи та рефлексія учнів [2].

Під час організації та проведення домашніх експериментів варто дотримуватися певних вимог, а саме [2; 10]:

- а) відповідати системі педагогічної діяльності вчителя;
- б) конкретизувати зміст та цілі;
- в) забезпечити вмотивованість учнів до предмети та індивідуальної роботи;
- г) забезпечити формування експериментальних вмінь учнів;
- д) фінансово доступними для батьків;
- е) методична забезпеченість.

Для виконання домашнього експерименту часто використовують нестандартні пристрої, такі як побутові та саморобні прилади й інструменти. Реалізація такого типу завдань спонукає учнів до розвитку винахідництва та конструкторський умінь, їх творчих здібностей. Разом з тим, заключним етапом у розвитку розумових здібностей учнів є не стільки засвоєння розумових дій, як можливість їх застосування на практиці [8, с. 7].

Основні етапи виконання учнями евристичних домашніх експериментів повинні включати в себе: формування мети і завдання експерименту; висунення гіпотез; планування та організацію роботи; підбір засобів та приладів; розробку схеми проведення експерименту; проведення дослідів; обробку результатів та формування висновків.

Розвиток творчої активності школярів на етапі виконання домашніх фізичного експерименту здійснюється з використанням дидактичних принципів і залежить від: рівня усвідомлення вчителем необхідності забезпечення розвитку творчої активності учнів; належного рівня підготовки вчителя для реалізації здійснення розвитку творчої активності учнів під час виконання домашнього фізичного експерименту; систематичності організації домашньої експериментальної діяльності учнів; мотивації та самостійної активності учнів у виконанні завдань тощо [5, с. 8].

Одним із викликів сучасності є необхідність використання інформаційно-комунікаційних технологій у освітньому процесі, зокрема і під час виконання домашніх експериментальних завдань. Це забезпечує розвиток навчального і домашнього експерименту, а також сприяє розширенню зв'язків фізико-математичних та інформатичних дисциплін, посилює взаємодію експериментальних та інших методів дослідження.

Рівень розвитку інформаційних технологій та програмного забезпечення дає широкі можливості для вдосконалення індивідуальної експериментальної роботи учнів з використанням комп'ютерних та мобільних засобів. Таким чином, вдосконалюється і навчально-пошукова робота учнів, а головне – навчальна діяльність, яка наближена до дослідницької [3].

Дійсно, деякі домашні експерименти важко реалізувати, деякі дають можливість лише здійснити спостереження не заглиблюючись у сутність фізичного явища або процесу. Тому система навчальних фізичних експериментів може бути доповнена використанням комп'ютерних моделей у поєднанні із реальними спостереженнями явищ, процесів та використанням наявного обладнання в домашніх умовах. Позитивним у використанні віртуального дослідження вдома є і підвищення рівня безпеки під час проведення домашнього експерименту. Зрозумілим є і те, що проведення реального досліду учнем вдома вчитель контролювати не може, тому виходячи з вимог щодо правил техніки безпеки це значно обмежує кількість дослідів, а отже не дає можливість забезпечити повноцінне формування і розвиток експериментальних компетенцій учнів.

З іншого боку, враховуючи можливу відсутність мотивації, стійкого інтересу до вивчення фізики, в освітній процес варто ввести дослідження природних явищ та процесів у домашніх умовах на основі використання комп'ютерних моделей, інтерактивних симуляцій, онлайн-сервісів та ресурсів. У цьому випадку для учнів є можливість ознайомлюватися візуалізацією та моделюванням будови та принципу роботи різних сучасних пристроїв і механізмів. Це в свою чергу сприяє розвитку їхньої пізнавально-пошукової активності. Тому, слушною є думка науковців про важливість включення до домашніх робіт не лише реальних, але й віртуальних експериментів і їх поєднання [1; 6; 9].

Також для проведення домашніх фізичних експериментальних завдань є можливість використовувати:

1) комп'ютерні симуляції. Вони являють собою максимально реалістичне моделювання певних процесів.

2) програмні засоби навчального призначення. Вони стають все більш доступним для користувачів. Один із таких інструментів – *Tracker*. Це безкоштовний інструмент, який дає можливість моделювати та аналізувати рух об'єктів на відеоматеріалах або зображеннях. Цей програмний засіб спеціально розроблено для його використання під час вивчення фізики, зокрема під час проведення експериментальних досліджень. Основним завданням використання даного програмного засобу є аналіз руху об'єктів на відеоматеріалах. Це в свою чергу робить *Tracker* незамінним під час вивчення основ кінематики, динаміки та інших розділів фізики. Застосування даного програмного продукту сприяє візуалізації фізичних процесів, дає можливість відстежувати траєкторії руху різних об'єктів, а отже, забезпечує краще розуміння та аналіз їхньої поведінки. У *Tracker* є можливість проведення автоматичного обрахунку ряду фізичних величин: швидкість, пришвидшення, зміни різних фізичних параметрів з часом, здійснення обробки та представлення даних у вигляді таблиць, функцій та їх графіків [7].

Таким чином, домашній експеримент в навчанні є важливим інструментом досягнення дидактичних цілей: він сприяє активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів, розвитку інтересу до вивчення фізики, допомагає закріпити теорію, розвиває аналітичні та творчі навички, збільшує мотивацію до навчання тощо. Домашній експеримент є складовою частиною навчального фізичного експерименту з циклу природничих наук (фізики, хімії, біології), він позитивно впливає на індивідуальну (самостійну) роботу учнів, реалізується на основі діяльнісного та компетентнісного підходів, розвиває дослідницьку компетентність.

Отже, зазначимо, що реалізувати виконання учнями домашніх фізичних експериментів можна шляхом:

- спостереження та порівняння фізичних явищ та процесів у природі, техніці, побуті тощо;
- ознайомлення з будовою, принципом дії приладів, які є вдома;
- конструювання саморобних приладів та їх використання у дослідженнях;
- використання побутових приладів, домашніх інструментів тощо;
- використання мобільних телефонів та мобільних застосунків;
- використання комп'ютерних моделей, інтерактивних симуляцій, інтернет-ресурсів тощо;
- відеоматеріалів та їх аналізу тощо.

Нижче наведемо приклади інструкцій та методичних рекомендацій до виконання домашніх експериментів, які не потребують особливого обладнання та вимог.

Домашній експеримент 1. Визначення коефіцієнта корисної дії мікрохвильової печі.

Обладнання. Мікрохвильова піч, термометр, мірна склянка, секундомір.

Завдання. У мікрохвильову піч помістити склянку з водою, об'ємом 200 мл і розігрівати її протягом 1 хвилини. Визначити корисну потужність і ККД печі (рис. 1).



Рис. 1. Дослід для визначення корисної потужності та ККД мікрохвильової печі.

1. Налити 200 мл води у склянку та виміряти її початкову температуру. Помістити склянку у мікрохвильову піч і нагрівати впродовж 1 хвилини. Швидко дістати з печі і виміряти температуру.

2. Далі проводимо розрахунки: 1. Обчислити кількість теплоти Q , затраченої для нагрівання води за формулою $Q = cm(t_2 - t_1)$.

3. Визначити корисну потужність P_k за формулою $P_k = \frac{A}{t}$, де $A = Q$ (виконана робота дорівнює кількості теплоти, затраченої на нагрівання води).

4. Порівняти отриману корисну потужність P_k із потужністю мікрохвильової печі для використовуваного режиму P_3 . Зробити висновки.

5. Визначити ККД печі за формулою $\eta = \frac{P_k}{P_3} 100\%$.

6. Зробити відповідні висновки.

Виконання даного дослідження дає можливість повторити та закріпити в учнів знання фактичного матеріалу. Також є можливість отримати висновки, що мікрохвильова піч перетворює електричну енергію на теплову з певними втратами. Коефіцієнт корисної дії печі відмінний від 100%, що пов'язано з низкою факторів, такими як втрати тепла через стінки печі, нерівномірне нагрівання продукту, а також втрати енергії під час роботи магнетрону.

Далі розглянемо один з прикладів виконання домашніх експериментів з фізики на основі використання смартфона і мобільного додатку. В домашніх умовах пропонується провести експеримент на тему «Дослідження коливань учнівської лінійки за допомогою смартфона» (рис. 3).

Обладнання. Рівна поверхня, смартфон, дві лінійки, комп'ютер або ноутбук, мобільний додаток *Phyphox* (<https://phyphox.org/>)

Завдання. Ознайомитися з теоретичними основами процесу коливань.

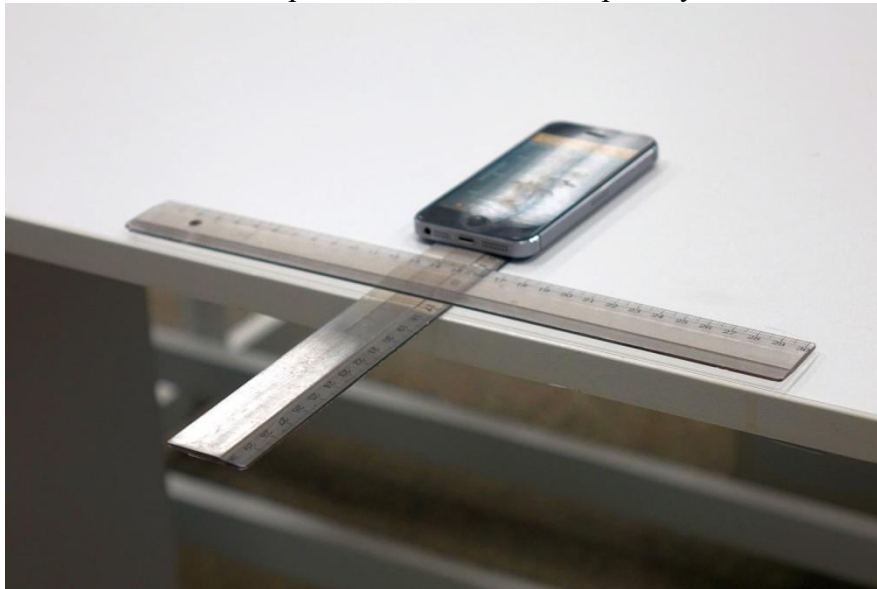


Рис. 2. Загальний вигляд експериментальної установки

1. Розмістити одну лінійку на краю столу так, щоб довжина її вільної частини була 15 см. Іншу лінійку розмістити так, як вказано на рисунку 2.

2. Відкрити мобільний додаток *Phyphox* та обрати у ньому вкладку «*Acceleration Spectrum*».

3. Обрати вкладку «*History*». Для роботи будемо використовувати нижній графік, на якому з'являтимуться точки, які будуть відповідати частоті вібрацій.

4. Помістити телефон на інший край першої лінійки. Увімкнути запис даних.

5. Відхилити вільний кінець лінійки і відпустити його. Повторити цю дію декілька разів. Необхідно переконаватися, що точки розміщуються на графіку близько до одного горизонтального відрізка.

6. Зупинити запис даних та обрати нижній графік, натиснувши на ньому. Обрати «*Pick data*» і торкнутися будь-якої точки на графіку. Поблизу точки одразу з'явиться значення частоти.

7. Занотувати ці значення та значення довжини вільного кінця до заздалегідь підготовленої таблиці у програмі Excel.

8. Зменшувати довжину вільного кінця лінійки щоразу на 1 см та повторювати попередні дії. Мінімальну довжину обрати самостійно.

9. Зробити відповідні висновки.

У результаті проведення такого дослідження учні роблять висновки про залежність частоти коливань лінійки від довжини її вільного кінця. На основі чого підтверджують факт залежності характеристик коливань від характеристик коливної системи.

Ще один варіант проведення домашніх експериментів полягає у використанні інтерактивних симуляцій. Високо оцінені українськими вчителями комп'ютерні моделі на сайті інтерактивних симуляцій Phet (<https://phet.colorado.edu/uk/>). До прикладу, під час вивчення теми «Криволінійний рух під дією незмінної сили тяжіння» передбачається

формування в учнів уявлень про особливості руху під дією сили тяжіння. Ця тема є досить важкою для розуміння здобувачами освіти. Для вирішення цих проблем варто учням давати індивідуальні експериментальні домашні завдання на основі використання комп'ютерної симуляції (рис. 3).

Обладнання. Комп'ютер або ноутбук, також симуляції HTML5 можна запускати на iPad, Chromebook і системах Linux.

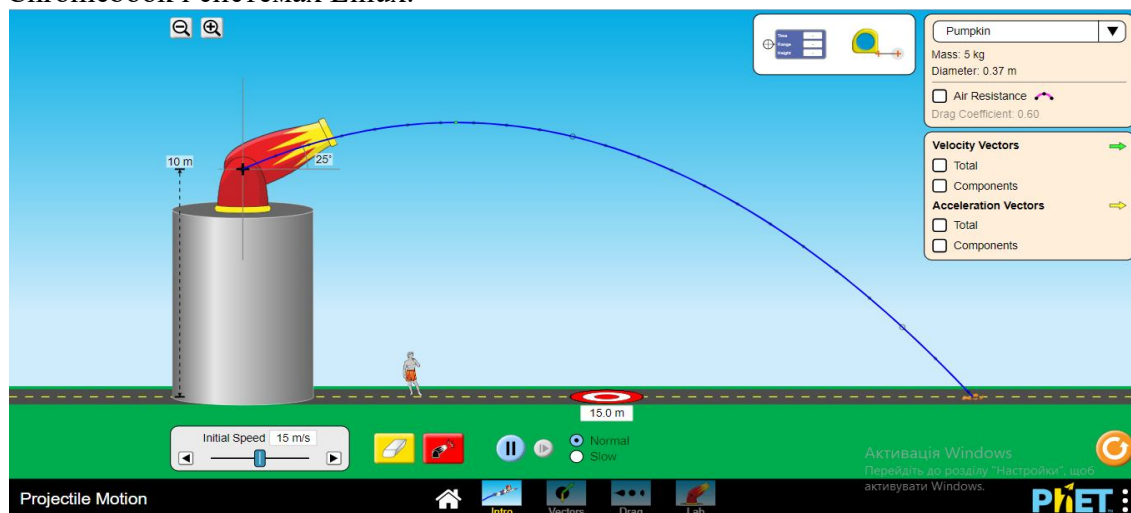


Рис. 3. Комп'ютерна симуляція «Рух снарядів».

Завдання. 1. Визначити, як кожен параметр (маса, діаметр, початкова швидкість, початкова висота, початковий кут тощо) впливають на траєкторію об'єкта з врахуванням опору повітря та без цього.

2. На основі знань з фізики пояснити, як зміна початкових умов вплине на траєкторію снаряда.

3. Оцінити на основі розрахунків, де приземлиться об'єкт, враховавши його початкові умови.

4. Довести, що рух снаряда є складним та разом з тим вздовж осей x і y може розглядатися незалежно.

5. З'ясувати які характеристики впливають на силу опору.

6. Описати вплив сили опору на швидкість і прискорення руху снаряда.

7. Обговорити рух снаряда, тобто охарактеризувати основні величини: початковий кут запуску, початкову швидкість, початкову висоту, дальність, час польоту тощо).

8. Зробити короткі висновки з дослідження.

Проведення такого дослідження потребує часу, якого не завжди вистачає під час уроків, тому більш доцільним буде його проведення в домашніх умовах. Як результат учні закріплюють знання даного навчального матеріалу, з'ясовують вплив різних параметрів на рух тіла під дією сили тяжіння.

Разом з тим, в сучасних умовах актуальним є реалізація дистанційного навчання. Воно відкриває широкі можливості для вивчення фізики вдома. Один зі способів це робити – виконувати домашні експерименти.

Наведені приклади домашніх експериментів як з шкільних навчальних підручників, так і за допомогою інтерактивних засобів, допоможуть краще розуміти фізичні явища та закони і зберігати інтерес до навчання фізики в сучасних умовах під час дистанційного та змішаного навчання.

Разом з тим можна стверджувати, що під дистанційного навчання набуття експериментальних вмінь можливе лише в домашніх умовах, але цей процес має складнощі у реалізації, тому на допомогу приходять цифрові інструменти,

вимірювальні комплекси, ресурси Інтернету та комп'ютерні програми для обробки та аналізу результатів.

Висновки. Таким чином, на нашу думку, використання домашніх експериментів для організації індивідуальної та групової роботи учнів в сучасних умовах є надзвичайно ефективним. Вони забезпечують наочність, формування експериментальних навичок, творчих здібностей. Домашні експерименти є не лише доповненням освітнього процесу, а становлять обов'язковий його елемент. На сучасному етапі розвитку технологій варто для їх проведення використовувати також інтерактивні симуляції фізичних процесів, під час роботи з якими учні можуть самостійно спостерігати і здійснювати експерименти, які в реальних умовах потребують спеціального обладнання. Таким чином, використання онлайн-ресурсів, програмних засобів, мобільних додатків та смартфонів, віртуальних цифрових лабораторій під час виконання домашніх експериментів безумовно є надзвичайно важливим кроком у сучасному освітньому процесі. Ці ресурси допомагають розширити можливості навчання, забезпечуючи доступ до великого обсягу даних та можливість вивчати фізику віддалено і без необхідного обладнання. Вони сприяють активному залученню здобувачів середньої освіти до навчального процесу, розвивають їхні індивідуальні здібності й критичне мислення. Високотехнологічні можливості сучасних програмних засобів сприяють розвитку освіти і підіймають якість навчання навіть в умовах вимушеного віддаленого навчального процесу, а особливо проведені домашніх фізичних експериментів.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Адамчук Д. А., Дмитренко Є. Ю., Моклюк М. О. Проведення віртуального і реального навчального фізичного експерименту з використанням цифрової лабораторії Nova-5000. *Неперервна освіта в модусах минулого, теперішнього, майбутнього: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф. з міжнарод. участю* (Луцьк, 24–26 травня 2018 р.) / уклад. В.О. Савош. Луцьк: Вежа-Друк, 2018. С.127-130.
2. Бабяк В., Моклюк М. Педагогічні умови і організація проведення учнями домашнього фізичного експерименту. *Актуальні проблеми математики, інформатики, фізики і технологій: збірник наукових праць* / С.В. Подолячук (голова) [та інші]; Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського. Вінниця: ТОВ «Твори», 2019. Вип.16. С. 109-112.
3. Бліндар В., Руденко М. Шкільний фізичний експеримент у сучасних умовах. *Наукові записки. Серія «Психолого-педагогічні науки»*. 2019. № 2. С. 8-14. DOI: <https://doi.org/10.31654/2663-4902-2019-PP-2-8-14>
4. Войтович І., Галатюк Ю. Формування експериментальних умінь учнів на першому ступені вивчення фізики. *Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка*. 2004. № 14. С. 76-79.
5. Грудинін Б. Розвиток творчої активності учнів засобами домашнього експерименту в процесі вивчення молекулярної фізики і термодинаміки в загальноосвітній школі: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2004. 28 с.
6. Моклюк М.О., Моклюк О.О., Дмитренко Є.Ю. Доцільність проведення віртуальних лабораторних робіт в системі навчального фізичного експерименту. *Збірник матеріалів Міжнародної науково-практичної конференції "Актуальні проблеми природничо-математичної освіти в середній і вищій школі"*, (Херсон 13-15 вересня 2018р.) / Укладач: В.Д. Шарко. Херсон: Видавництво ХНТУ, 2018. С. 48-50.

7. Остапчук О., Моклюк М., Моклюк О. Використання відеоматеріалів та їх аналіз під час виконання лабораторних робіт з фізики. *Актуальні проблеми математики, фізики і комп'ютерних наук: зб. наук. пр. [Електронне мережне видання]*. Вінниця, 2024. Випуск 21. С. 169-174.

8. Руденко М. Домашній експеримент в навчанні фізики учнів основної школи: автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2000. 14 с.

9. Сальник І. Методичні підходи до використання віртуального та реального в системі навчального фізичного експерименту. *Вісник Черкаського університету*. 2015. Т. 20, № 353. С. 32-41.

10. Федчишин О. Організація самостійної пізнавальної діяльності учнів у класах гуманітарного напрямку навчання шляхом використання домашнього експерименту. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова*. 2013. № 42. С. 291-298.

UDC 53.05+374

Home physical experiment and its possibilities in modern conditions

Mykola Mokliuk, Anatolii Silveistr, Olha Mokliuk

Abstract. The article is devoted to the study of the organization of home physical experiments in modern conditions. The main attention is paid to the availability of materials and equipment, as well as the use of modern digital technologies for their organization and implementation.

The types of experiments that can be performed at home with minimal costs and without the need for specialized laboratory equipment are analyzed. This enables students not only to carry out simple research, but also to develop thinking, scientific research skills, formulating hypotheses, making observations and analyzing results.

The article also discusses the role of home physical experiments in the context of modern educational technologies. The use of virtual laboratories, mobile applications and an online platform gives students the opportunity to interact with educational material in an interactive form, which significantly increases their level of interest and motivation to study. The authors emphasize that such technologies can become an effective addition to traditional methods of teaching physics, after which they can allow students to independently plan and conduct experiments.

The article provides examples of experiments that can be easily organized at home.

The authors emphasize the importance of interactive interaction between teachers and students during the preparation and conduct of experiments, which contributes to the formation of an active position of students in the educational process. It is also emphasized that such experiments allow students not only to consolidate knowledge, but also to develop the skills of critical thinking, analysis and synthesis of information.

It was found that home physical experiments are an industrial tool of the modern educational process. They provide not only the opportunity to consolidate theoretical knowledge in practice, but also contribute to the development of students' scientific outlook, independence and responsibility for the results of their activities. Modern technologies and resources make these experiments accessible and interesting, even at home.

Keywords: school physics experiment, home experiment, experimental tasks, teaching physics.

References

1. Adamchuk, D. A., Dmytrenko, E. Yu., Moklyuk, M. O. (2018). *Conducting a virtual and real educational physical experiment using the Nova-5000 digital laboratory*, Continuous education in the modes of the past, present, and future: materials of Vseukr. science and practice conf. from international with participation (Lutsk, May 24–26, 2018) / comp. V.O. Savosh, Vezha-Druk, Lutsk, 127-130. [in Ukrainian]

2. Babyak, V., Moklyuk, M. (2019). *Pedagogical conditions and organization of students conducting a home physical experiment*, Actual problems of mathematics, informatics, physics and technologies: a collection of scientific works / S.V. Podolyanchuk (head) [and others]; Vinnytsia State Pedagogical University named after Mykhailo Kotsyubynskyi, Tvorі LLC, Vinnytsia, 16, 109-112. [in Ukrainian]

3. Blindar, V., Rudenko, M. (2019). *School physics experiment in modern conditions*, Proceedings. Series "Psychological and pedagogical sciences", 2, 8–14. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31654/2663-4902-2019-PP-2-8-14>

4. Voytovych, I., Galatyuk, Yu. (2004). *Formation of experimental skills of students at the first level of studying physics*, Bulletin of Zhytomyr Ivan Franko State University, 14, 76–79. [in Ukrainian]

5. Grudinin, B. (2004). *Development of creative activity of students by means of home experiments in the process of studying molecular physics and thermodynamics in a secondary school: author's abstract. thesis ... candidate ped. Sciences: 13.00.02, Kyiv*. [in Ukrainian]

6. Moklyuk, M. O., Moklyuk, O. O., Dmytrenko, E. Yu. (2018). *The expediency of conducting virtual laboratory work in the system of educational physical experiment*, Collection of materials of the International scientific and practical conference “Actual problems of science and mathematics education in secondary and higher education” (Kherson, September 13-15, 2018) / Compiler: V.D. Sharko, KhNTU Publishing House, Kherson, 48-50. [in Ukrainian]
7. Ostapchuk, O., Moklyuk, M., Moklyuk, O. (2024). *The use of video materials and their analysis during laboratory work in physics*, Actual problems of mathematics, physics and computer sciences: coll. of science pr. [Electronic network publication], Vinnytsia, **21**, 169-174. [in Ukrainian]
8. Rudenko, M. (2000). *A home experiment in teaching physics to primary school students*: autoref. thesis ... candidate ped. Sciences: 13.00.02, Kyiv. [in Ukrainian]
9. Salnyk, I. (2015). *Methodical approaches to the use of virtual and real in the system of educational physical experiment*, Bulletin of Cherkasy University, **20** (353), 32-41. [in Ukrainian]
10. Fedchyshyn, O. (2013). *Organization of independent cognitive activity of students in humanitarian education classes by using a home experiment*, Scientific journal of the M.P. Drahomanov NPU, **42**, 291-298. [in Ukrainian]

Про авторів / About the authors

Микола Моклюк, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра фізики і методики навчання фізики астрономії, Вінницький державний педагогічний університет, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Mykola Mokliuk, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Physics and Teaching Methods of Physics and Astronomy, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Анатолій Сільвейстр, доктор педагогічних наук, професор, кафедра фізики і методики навчання фізики астрономії, Вінницький державний педагогічний університет, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Anatolii Silveistr, Doctor of Science in Pedagogy, Professor, Department of Physics and Teaching Methods of Physics and Astronomy, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia, 21001, Ukraine;

Ольга Моклюк, вчитель вищої категорії, вчитель-методист, викладач фізики та астрономії, Державний навчальний заклад «Гушинецьке вище професійне училище», вул. Шевченка, 114, с. Гушинці, Вінницька область, 22434, Україна;

Olha Mokliuk, teacher of the highest category, teacher-methodist, teacher of physics and astronomy, State Educational Establishment «Higher Vocational School of Hushchyntsi», 114 Shevchenko Str., Hushchyntsi, Vinnytsia region, 22434, Ukraine.

Отримано / Received 11.09.2024
Доопрацьовано / Revised 08.10.2024

УДК 37.016:512

Шляхи попередження та виправлення помилок учнів при розв'язуванні рівнянь в курсі алгебри 7-9 класів

Людмила Наконечна¹, Ярослав Наконечний², Катерина Поліщук³

^{1,2,3} Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра алгебри і методики навчання математики, м. Вінниця, Україна

¹ liudmila.nakonechna@vspu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-6348-2180>

² yaroslav.nakonechnyi@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0005-7966-6765>

³ slobodanyk200303@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0008-1534-9404>

Анотація. У статті обґрунтовано необхідність діяльності учителів математики, спрямованої на попередження та виправлення типових помилок учнів, виокремлено типові помилки учнів в процесі розв'язування рівнянь курсу алгебри основної школи, проаналізовано шляхи попередження та усунення цих помилок, розглянуто можливості використання сучасних онлайн-платформ для підвищення превентивної діяльності вчителя, продемонстровано приклади використання конкретних онлайн-платформ у процесі вивчення квадратних рівнянь.

Ключові слова: типові математичні помилки учнів, профілактика помилок, класифікація учнівських помилок, онлайн-платформи.

1. Вступ

Недостатня підготовка учнів з математики, виявлена за результатами контрольних та діагностичних робіт, ДПА, ЗНО, НМТ та дослідження PISA, спонукає до пошуку нових методів та технологій навчання учнів математики. Важливим аспектом навчального процесу має стати робота над математичними помилками учнів та профілактика помилок, адже попередження помилок значно важливіше, ніж їх виправлення. Водночас помилки учнів - це цінні можливості для навчання. Замість того, щоб розглядати їх як щось негативне, помилки можна використовувати як можливості для глибшого розуміння учнями матеріалу. Вчителі, які можуть ефективно використовувати помилки учнів, можуть допомогти своїм учням досягти кращих результатів.

Викладачі математики, методисти, психологи та науковці активно досліджують проблему виникнення помилок учнів та методи їх усунення. Українські науковці, такі як Г. П. Бевз, Л.А.Благодир, О. С. Дубинчук, С. І. Зенько, І. М. Кирилецький, З. І. Слепкань, Л. П. Черкаська, В.О. Швець у своїх роботах розглядали різні аспекти

методичної роботи над математичними помилками. Н. А. Тарасенкова запропонувала способи оперативного коректування, а Г.В. Іщенко досліджувала коректувальну функцію навчальних задач.

Традиційні учнівські класи зазвичай характеризуються значною неоднорідністю щодо знань і навичок учнів з математики. Вчителі математики повинні бути дуже уважними до мислення учнів, труднощів у навчанні та будь-яких неправильних математичних уявлень, які можуть сформуватися в учнів. Виявлення потенційних помилок і відповідних способів їх усунення має вирішальне значення для досягнення позитивних результатів навчання.

2. Постановка проблеми

Змістова лінія «Рівняння» є однією із ключових у процесі вивчення математики у основній школі. З рівняннями учні знайомляться ще з початкової школи, а потім продовжують вивчення в основній та старшій школі. У курсі алгебри 7-9 класів, відповідно до навчальної програми з математики, вивчаються наступні види рівнянь: лінійні, квадратні та біквадратні, дробово-раціональні, рівняння, що містять квадратні корені з невідомого та модулі. Ця тема багата за своїм змістовим наповненням, за способами, прийомами та методами розв’язування рівнянь, а також застосуваннями у процесі вивчення ряду інших тем шкільного курсу математики. Важливе місце належить використанню рівнянь до розв’язування текстових задач. Метод рівнянь – один із алгебраїчних методів розв’язування текстових задач не тільки у математиці, але й в інших галузях наукового знання.

Такими чином, змістова лінія рівнянь у основній школі посідає вагоме місце та є важливим математичним апаратом для розв’язування різноманітних задач прикладного характеру. Водночас учні часто допускають помилки у процесі розв’язування рівнянь, навіть лінійних та квадратних. Наприклад, під час ЗНО з математики у 2020 році із завданням, у якому потрібно було вибрати із запропонованих варіантів корені квадратного рівняння (рис. 1) не впоралося 30,3% учнів [1, 9], а під час ЗНО з математики у 2021 році із лінійним рівнянням (рис. 2) не впоралося 42,3% учнів [10]. Ці результати є ще більш невтішними, тому що у наведених завданнях рівняння можна було і не розв’язувати, а просто методом підстановки вибрати корені із запропонованих варіантів. Останнє свідчить про те, що учні часто не лише допускають помилки у процесі розв’язування рівнянь, але й не розуміють, що називають коренем рівняння.

Розв’яжіть рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-4; 3	1; 3	-3; -1	-2; 3	-1; 4

Рис.1. Завдання ЗНО з математики 2020 року

4. Укажіть корінь рівняння $1 - 5x = 0$.

А	Б	В	Г
5	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	4

Рис. 2. Завдання ЗНО з математики 2021 року

Як показує аналіз літератури з проблеми дослідження учні допускають помилки, зокрема у процесі розв’язування рівнянь, з різних причин. Варто вчасно з’ясувати

походження цих математичних помилок та дібрати необхідний методичний прийом чи метод для їх попередження та усунення.

Метою даної статті є виокремити типові помилки учнів в процесі розв'язування рівнянь курсу алгебри основної школи, проаналізувати шляхи попередження та усунення цих помилок, розглянути можливості сучасних онлайн-платформ для підвищення ефективності превентивної діяльності вчителя.

3. Основні результати

Людмила Благодир та Василь Швець [4] вважають, що проблему попередження і виправлення помилок учнів під час вивчення математики доцільно розглядати з погляду поділу навчального матеріалу на змістові лінії. При розв'язуванні рівнянь учні досить часто припускаються помилок. З.І. Слєпкань [11] вважала, що типові помилки допускаються частиною учнів навіть у випадку вдалого пояснення вчителя, який акцентує увагу на цих помилках. Це пов'язано, перш за все з тим, що людська свідомість, як правило, об'єктивно не в змозі охопити всі сторони явища. Водночас допущену учнем помилку вчитель повинен використати для поглибленого розуміння школярами математичних фактів та закономірностей. Помилки бувають випадковими і систематичними. Випадковими вважаються помилки, які трапляються зрідка. Стійкі ж помилки, які виникають неодноразово в одного і того ж учня, або які виникають у багатьох учнів, називаються типовими помилками.

Робота учителя математики дуже часто спрямована в основному на виправлення допущених учнями помилок та корекцію їх знань, навичок та умінь. Водночас науковці (зокрема Л.А. Благодир [3, 4]) наголошують на необхідності здійснення так званої «превентивної діяльності», яка спрямована на запобігання та попередження типових математичних помилок учнів, що сприяє їх недопущенню у майбутньому. Зауважимо, що реалізація вказаної діяльності є досить складним процесом, потребує психолого-педагогічного аналізу типових помилок школярів і безпосередньо розуміння та розкриття причин їхнього виникнення. При цьому важливо виділити певні методи та методичні прийоми організації цієї діяльності, що сприяє профілактиці помилок при вивченні рівнянь у курсі алгебри основної школи.

Всі помилки, що виникають у процесі розв'язування рівнянь можна класифікувати на:

- фактичні (не вміння застосовувати теоретичний матеріал при розв'язуванні задач, неправильне розуміння формул та означень тощо);
- логічні (неправильне розуміння та використання зв'язків у процесі міркувань, пропуск логічних кроків, порушення рівносильності у процесі перетворень рівнянь);
- мовні (помилки при вживанні математичних термінів та символіки, русизми, лексичні помилки тощо);
- графічні (неправильна побудова графіків рівнянь) [5, 11].

Помилки логічного характеру у більшості випадків пов'язані із недостатнім засвоєнням матеріалу щодо основних методів та прийомів розв'язування. Порушення алгоритмів виконання, як правило, приводить до нераціонального розв'язання та виникнення помилок. Саме тому, доцільно окремо звертати увагу учнів на такі завдання, розв'язання яких потребує алгоритмічного підходу.

Відтворюючи основні означення, теореми та інші твердження учні інколи допускають *мовні помилки*. Для попередження такого типу помилок слід майже на кожному занятті повторювати основні теоретичні твердження шляхом проведення математичних диктантів, фронтального опитування тощо. Важливо вчити учнів обґрунтовувати розв'язання рівнянь.

Значно рідше виникають *помилки графічного характеру*, оскільки у ході розв'язування рівнянь учні застосовують графічний метод розв'язання лише тоді, коли того вимагає умова. А таких завдань у шкільних підручниках не багато. Проте є деякі завдання на розв'язування рівнянь, коли відразу не вдається знайти корінь, тоді можна побудувати графіки відповідних функцій, щоб перевірити наявність (чи відсутність) коренів. Для попередження графічних помилок доречно повторювати види, властивості вивчених функцій та особливості їхніх графіків.

Більшість помилок, які виникають при розв'язуванні рівнянь є *фактичними*. Вони пов'язані з прогалинами у знаннях учнів. Розглянемо найпоширеніші з них.

1) Учні часто забувають знаходити ОДЗ при розв'язуванні рівнянь, що може призвести до появи сторонніх коренів. Звичайно, це не є суттєвим для лінійних та квадратних рівнянь. Проте, про знаходження ОДЗ не слід забувати при розв'язуванні дробово-раціональних рівнянь. Краще привчити учнів знаходити ОДЗ для рівняння на першому етапі та в подальшому, у ході розв'язання, перевіряти чи знайдений розв'язок входить до області допустимих значень.

2) Учні допускають помилки у процесі виконання тотожних перетворень:

- ✓ в процесі обчислень;
- ✓ при перенесенні доданків з однієї частини рівняння в іншу не змінюють знак доданка;
- ✓ при винесенні за дужки спільного множника;
- ✓ при зведенні подібних доданків;
- ✓ при розкритті дужок;
- ✓ при використанні формул скороченого множення;
- ✓ у процесі перетворення дробових виразів (зведення до спільного знаменника, скорочення, додавання і віднімання, множення і ділення раціональних дробів) тощо.

3) У процесі розв'язування рівнянь учні часто порушують правила рівносильних перетворень рівнянь, зокрема внаслідок ділення рівняння на вираз зі змінною або піднесення частин рівняння до квадрату, або зведення подібних доданків [11,12].

4) Учні помилково розв'язують рівняння виду раціональний дріб рівний нулю, встановлюючи повну аналогію з розв'язуванням рівняння, у якому добуток двох виразів зі змінною дорівнює нулю.

5) Учні допускають помилки при розв'язуванні квадратних рівнянь через незнання та неправильне застосування теореми Вієта та формул для знаходження дискримінанта та коренів рівняння [1].

6) При розв'язуванні рівнянь учні часто вибирають не раціональний спосіб розв'язання і це приводить до виникнення помилок або громіздких обчислень.

Вважаємо, що для ефективної роботи над помилками учитель, зокрема, має:

- 1) мати ґрунтовні знання з математики, щоб швидко виявляти помилки учнів як у письмових роботах, так і усних відповідях;
- 2) уміти правильно реагувати на допущені помилки - не ігнорувати, не карати учня за помилки, а використати помилку учня, щоб допомогти йому краще зрозуміти матеріал. Це може включати обговорення помилки з класом, надання додаткових пояснень або надання учню можливості виправити свою помилку.
- 3) знати типові помилки учнів з кожної теми, щоб у процесі вивчення нового матеріалу організувати навчальний процес таким чином, щоб попередити ці типові помилки [7, 8].

Сучасним ефективним засобом попередження типових помилок учнів є різноманітні інформаційні технології та он-лайн платформи та тренажери. Їхнє

використання дає можливість персоналізувати роботу учнів, оперативно з'ясувати, які ж помилки допускає кожен учень та провести відповідну роботу над помилками. На сьогоднішній день багато різних платформ для розробки інтерактивних тренажерів, такі як Мій клас, Wordwall, LearningApps, Quizizz, Quillionz, Wizer та ін.

У якості тренажера для запобігання математичних помилок рекомендуємо використовувати додаток LearningApps. LearningApps.org – це онлайн-сервіс для створення електронних навчальних ресурсів – різноманітних тестових завдань та ігор різної структури, що містить ілюстрації, аудіо- та відеофрагменти. Цей додаток дає можливість вчителю математики створювати власні завдання (тести, відповідники, завдання на встановлення послідовності кроків, кросворди, вікторини, завдання на заповнення окремих віконців у розв'язуванні задач, або у формулюваннях правил, теорем, чи їх доведень). Цей хмарний додаток є безкоштовним, містить величезний банк готових вправ, які учитель може редагувати, керувати рівнем складності, змінювати (зменшувати чи збільшувати) кількість завдань тощо. Для кожної вправи є можливість продумати систему підказок, що допоможе учням розв'язати завдання та завчасно попередити виникнення математичних помилок. Вправи, які ви створили, можна зберегти для подальшої роботи або опублікувати. [13]

Розглянемо завдання, які варто запропонувати учням під час вивчення повних квадратних рівнянь. На рис. 3 представлено завдання на класифікацію квадратних рівнянь у залежності від кількості коренів, на рис. 4 запропоновано завдання для відпрацювання алгоритму розв'язування квадратних рівнянь за допомогою формули коренів квадратного рівняння, на рис. 5 – завдання для відпрацювання навичок розв'язування квадратних рівнянь, на рис. 6 - завдання із параметром у квадратному рівнянні. Усі ці завдання можна розв'язувати або у класі, або пропонувати учням для домашньої роботи з математики.

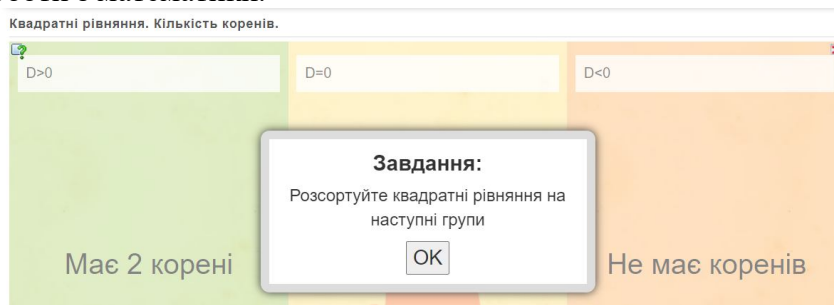


Рис. 3. Завдання в LearningApps на класифікацію квадратних рівнянь



Рис. 4. Завдання в LearningApps для відпрацювання алгоритму розв'язування квадратного рівняння за допомогою формули коренів квадратного рівняння

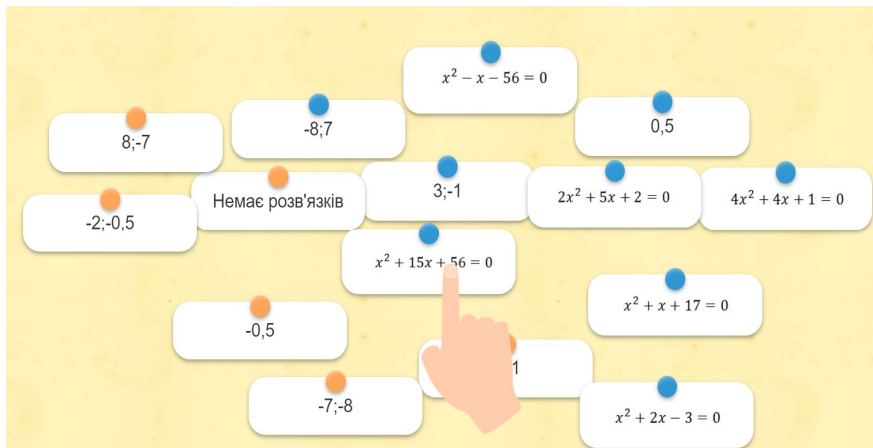


Рис. 5. Завдання в LearningApps для відпрацювання навичок розв'язування квадратних рівнянь

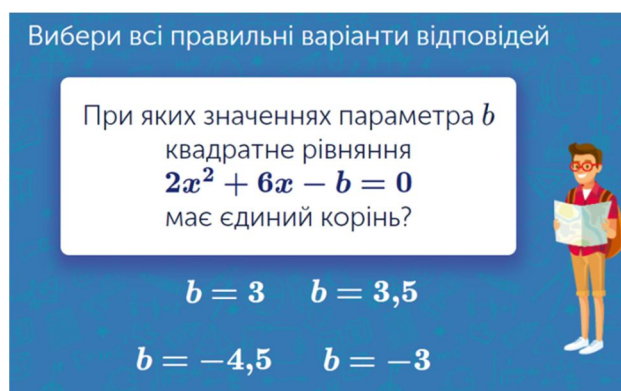


Рис. 6. Завдання в LearningApps із параметром у квадратному рівнянні

Потужним інструментом для відпрацювання навичок розв'язування однотипних завдань, зокрема відпрацювання навичок учнів розв'язувати рівняння та попередження математичних помилок є тренажер платформи МійКлас. У цьому середовищі до кожної теми розроблені завдання різного рівня складності. У разі неправильного розв'язання завдання учень може переглянути правильне розв'язання, щоб з'ясувати свої помилки та спробувати розв'язати аналогічне завдання, яке система автоматично згенерує (кількість спроб є необмеженою). Продемонструємо це на прикладі вивчення теореми Вієта. Припустимо, що учень при розв'язуванні завдання середнього рівня складності допустив помилку (рис. 7), тоді програма запропонує виконати аналогічне завдання (рис. 8) або, за власним бажанням, учень може обрати простіше завдання (рис. 9).

✘ Завдання не зараховано, спробуй ще раз
Зароблено балів: 0 / 2

Склади квадратне рівняння, коренями якого є числа $x_1 = -9$; $x_2 = -18$, а коефіцієнт $a = 1$.

Відповідь: $x^2 + \underline{-27} x + \underline{162} = 0$.

Рис. 7. Завдання у МійКлас, розв'язане неправильно

Склади квадратне рівняння, коренями якого є числа $x_1 = -4; x_2 = -13$, а коефіцієнт $a = 1$.

Відповідь: $x^2 + \square x + \square = 0$.

Відповісти!

Рис. 8 Аналогічне завдання у МійКлас, згенероване системою

Маємо квадратне рівняння: $x^2 + 8,9x - 10,7 = 0$

Вкажи суму та добуток коренів.

Відповідь:

$x_1 + x_2 = \square$ $x_1 \cdot x_2 = \square$

Відповісти!

Рис. 9. Завдання у МійКлас, легшого рівня на формули Вієта

Унікальність МійКлас полягає в його концепції «навчати не форсуючи», та в його технологічній складовій — генерації умов завдань і автоматичній перевірці відповідей.

Ресурс пропонує автоматичну генерацію типових завдань. Діти, вирішуючи такі завдання, напрацьовують навички розв'язання конкретної задачі з будь-якого предмета. Після кожного перезапуску завдання МійКлас автоматично створює нові умови вправи, змушуючи учня вирішувати однотипні завдання в режимі «нескінченного тренування».

Ресурс дозволяє дітям самостійно засвоювати матеріал, навчаючись на власних помилках. Це можливо завдяки функціоналу «Кроки розв'язання». Виконавши завдання і, побачивши свій результат, дитина може отримати доступ до детального пояснення розв'язання завдання. Це має декілька освітніх цінностей:

✓ Навчання на власних помилках від практики до розуміння теорії є «the basic task of education» — навчити мислити, аналізувати, розуміти і відтворювати.

✓ Градація завдань за складністю дозволяє створити «зону ближнього розвитку» (за аналогією з таксономією Блума), що дозволяє усім дітям просуватися вперед, не заважаючи при цьому один одному.

✓ З'являється довіра, інтерес і мотивація, оскільки учень може працювати так, як йому зручно і з прийнятним особисто йому темпом (сюди варто віднести такий важливий елемент мотивації, як таке навчання, коли помилки здійснюються у своїй зоні, а не при всьому класі).

✓ У МійКлас учень заробляє бали у розділі «ТОПи» за кожен правильну відповідь. Це привносить елемент гри в рутинний процес відпрацювання навички, а, як відомо, гра і змагання природні для дитини (саме тому геній педагогіки ХХ століття Марія Монтесорі тріумфально увійшла до життя батьків і дітей, запропонувавши ігровий підхід у навчанні) [14].

Wordwall є багатофункціональним інструментом для створення як інтерактивних, так і друкованих матеріалів. Сайт www.wordwall.net є набором шаблонів, на базі яких ви створюєте свої власні навчальні ресурси у вигляді вправ, презентацій, завдань, ігор без будь-яких спеціальних навичок з ІКТ, а потім включаєте їх у свої уроки, а також для домашнього завдання. Також можна редагувати будь-яке готове завдання, налаштувати матеріал відповідно до вашого уроку та вашого стилю викладання, перетворити ресурс на вікторину або пошук слів і є ще багато інших можливостей. Інтерактивні вправи можна легко оформляти у різних темах. Кожна тема змінює

зовнішній вигляд за рахунок різної графіки, шрифтів та звуку. Ви також знайдете додаткові параметри, щоб встановити таймер або змінити хід гри. Також можна встановлювати крайній термін здачі, демонстрацію відповідей, повторну гру, показ рейтингу класу.

Ще однією особливістю платформи Wordwall є те, що можна швидко змінювати шаблони, при цьому контент залишається тим самим. Більше того, змінюючи шаблони, можна використовувати одне завдання на різних етапах уроку та стадіях вивчення тієї чи іншої теми. Наприклад, нові терміни, з якими учні знайомляться на уроці можна вводити, використовуючи шаблон «Зіставлення», а додому для повторення можна це ж завдання запропонувати у вигляді ігор, таких як «Шибениця», «Кросворд», «Пошук слів» та інші. [15]

На рисунку 10 представлені різні види завдань, які можна використовувати під час вивчення квадратних рівнянь (на визначення коефіцієнтів квадратного рівняння, видів, знаходження коренів рівняння, застосування формул Вієта). Ці завдання можна використовувати як під час фронтальної роботи в класі на етапі вивчення нового матеріалу, так і для персоніфікованого закріплення знань учнями, так і для контролю за рівнем засвоєння матеріалу учнями. Автоматична перевірка результатів учнів дає можливість здійснювати оперативний зворотній зв'язок, що позитивно впливає на роботу над помилками учнів.

<p>Чому дорівнює перший коефіцієнт квадратного рівняння $8x^2 + 5x - 13 = 0$</p> <p>A 8 B 5 C 13 D -13</p>	<p>Які з даних рівнянь є квадратними:</p> <p>A $-7x^2 - 8x - 1 = 0$ B $\frac{25x}{4} = 0$ C $6x - 20x = 0$ D $x^2 - x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 3 = 0$ F $-4x^3 = 0$</p>	<p>Визначити коефіцієнти квадратного рівняння $-7x^2 - 8x - 1 = 0$</p> <p>A a=7, v=-8, c=-1 B a=-1, v=-8, c=-1 C a=-7, v=-8, c=1 D a=-7, v=8, c=-1 E a=-7, v=-8, c=-1 F a=-7, v=8, c=1</p>																															
<p>Знайдіть суму та добуток коренів квадратного рівняння $x^2 - 2x - 8 = 0$</p> <p>A 2; -8 B -2; -8 C 2; 8 D -2; 8</p>	<p>$x_1 = -3, x_2 = 7$</p> <p>A $-x^2 + 6x + 55 = 0$ B $3x^2 - 12x - 15 = 0$ C $-6x^2 - 7x - 1 = 0$ D $x^2 - 6x - 7 = 0$ E $x^2 - 4x - 21 = 0$ F $x^2 + x - 56 = 0$ G $-5x^2 + 7x - 2 = 0$ H $x^2 + 3x - 10 = 0$ I $x^2 + 4x + 3 = 0$ J $2x^2 - 5x + 3 = 0$</p>	<p>Виберіть квадратне рівняння, сума коренів якого дорівнює -2, а добуток -15.</p> <p>A $x^2 - 2x - 15 = 0$ B $x^2 - 15x - 2 = 0$ C $x^2 + 15x - 2 = 0$ D $x^2 + 2x - 15 = 0$</p>																															
<table border="1"> <tr> <td>$4z^2 - 49 = 0$</td> <td>$-b^2 + 5 - 4b = 0$</td> <td>$3x^2 - x + 1 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$-c^2 = 0$</td> <td>$t^2 = 0$</td> <td>$6 - 2c^2 + 4c = 0$</td> </tr> <tr> <td>$2t^2 - t = 0$</td> <td>$x^2 - 5 = 0$</td> <td>$f^2 + 4 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$5d - d^2 = 0$</td> <td>$-x + 4x^2 + 2 = 0$</td> <td>$5 - 2b^2 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$0,5f - f^2 = 0$</td> <td>$x^2 + 4x = 0$</td> <td></td> </tr> </table>	$4z^2 - 49 = 0$	$-b^2 + 5 - 4b = 0$	$3x^2 - x + 1 = 0$	$-c^2 = 0$	$t^2 = 0$	$6 - 2c^2 + 4c = 0$	$2t^2 - t = 0$	$x^2 - 5 = 0$	$f^2 + 4 = 0$	$5d - d^2 = 0$	$-x + 4x^2 + 2 = 0$	$5 - 2b^2 = 0$	$0,5f - f^2 = 0$	$x^2 + 4x = 0$		<p>Повне квадратне рівняння</p> <table border="1"> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </table> <p>Неповне квадратне рівняння (b=0, c≠0)</p> <table border="1"> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </table>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<p>Неповне квадратне рівняння (b≠0, c=0)</p> <table border="1"> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </table> <p>Неповне квадратне рівняння (b=0, c=0)</p> <table border="1"> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </table>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$4z^2 - 49 = 0$	$-b^2 + 5 - 4b = 0$	$3x^2 - x + 1 = 0$																															
$-c^2 = 0$	$t^2 = 0$	$6 - 2c^2 + 4c = 0$																															
$2t^2 - t = 0$	$x^2 - 5 = 0$	$f^2 + 4 = 0$																															
$5d - d^2 = 0$	$-x + 4x^2 + 2 = 0$	$5 - 2b^2 = 0$																															
$0,5f - f^2 = 0$	$x^2 + 4x = 0$																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																
<input type="text"/>	<input type="text"/>																																

Рис. 10. Приклади різних завдань у середовищі Wordwall на розв'язування квадратних рівнянь

Ще один популярний онлайн-сервіс, який використовується мільйонами людей у понад 100 країнах світу для того, щоб перетворити уроки на цікаві та інтерактивні вікторини це Quizizz. Цей безкоштовний онлайн-сервіс перетворює навчання на захоплюючу гру, роблячи його цікавим як для вчителів, так і для учнів. Учні можуть змагатися один з одним, співпрацювати в команді та ділитися своїми результатами в соціальних мережах. Вагомою перевагою даного сервісу є можливість миттєвого зворотного зв'язку: просування учнів та результати тестів можна відстежувати у режимі реального часу. Це дає можливість виявляти прогалини в знаннях та типові помилки учнів, планувати подальшу роботу над помилками на основі отриманих даних. [16]

Quizizz можна використовувати для різних цілей: перевірка знань після вивчення теми, оцінювання розуміння нового матеріалу, проведення контрольних тестів, як домашнє завдання. У даному онлайн-сервісі є величезна бібліотека готових вікторин на будь-яку тему, їх легко редагувати або створювати свої власні вікторини з унікальними запитаннями, зображеннями та відео, можливістю вводити математичні формули. До того ж у Quizizz можна імпортувати власні тести, створені у гуглформах, надсилати покликання на вікторини у гуглклас.



Рис. 11. Тестове завдання у Quizizz із варіантами відповіді

Тут можна створювати кросворди, завдання, в яких можна вибирати варіанти відповіді (рис. 11), завдання, у яких можна вводити відповіді, або навіть завантажувати розв'язання завдань (рис. 12).

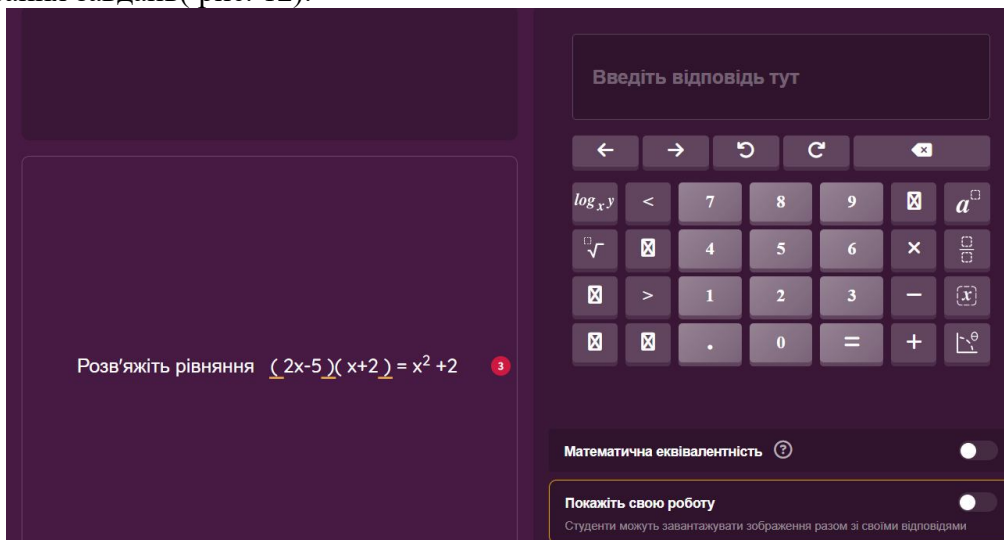


Рис. 12. Завдання у Quizizz із можливістю введення відповіді

Висновки. Рівні знань та навичок учнів з математики часто характеризуються значною різницею. Це ставить перед вчителями математики виклик: їм необхідно бути уважними до особливостей мислення кожного учня, труднощів, з якими вони стикаються, та помилкових уявлень, які вони можуть мати. Вміння вчителя вчасно розпізнавати потенційні помилки учнів та обирати правильні методи їх виправлення є вагомим фактором, що впливає на успішність навчання учнів. Учителі відіграють ключову роль у тому, як помилки учнів використовуються в навчальному процесі. Учитель має здійснювати як превентивну діяльність з приводу помилок учнів, так і роботу над помилками. Запорукою успішної превентивної діяльності є налагодження

ефективної взаємодії та комунікації між вчителем математики та учнями. Робота над помилками має бути цілеспрямованою. Вчителю варто пояснити учням як виконувати аналіз математичних помилок, навчити їх правильно працювати над помилками, намагатися з'ясувати причину їх виникнення, передбачати та аналізувати найпоширеніші помилки. Вчитель повинен при поясненні нового матеріалу намагатися передбачити можливі помилки учнів та розробити систему завдань, які дозволять правильно засвоїти нові поняття. Крім того, вчитель математики повинен пам'ятати, що систематичне та планомірне повторення є основним інструментом для ліквідації прогалин у знаннях учнів. Дієвим засобом у справі попередження помилок учнів є сучасні інтерактивні комп'ютерні технології. Вони дають можливість пропонувати учням завдання в ігровій формі, здійснювати автоматизовану перевірку, оперативний зворотній зв'язок та індивідуальний підхід до учнів.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють про відсутність конфліктів інтересів і повне дотримання всіх правил етики журнальних статей.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Біліченко Р.О., Конарева С.В., Ткаченко М.Є., Трактинська В.М. Аналіз основних помилок, яких припустилися здобувачі повної загальної середньої освіти на ЗНО з математики у 2021 році. *Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць*. Суми. 2022. Вип. 1 (19). С. 5-11.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики: навчальний посібник. Київ. 1989. 367 с.
3. Благодир Л.А. Профілактика помилок учнів під час вивчення дробових раціональних виразів у Новій українській школі. *Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету*, 2021. № 4. С. 6-13. DOI: <https://doi.org/10.31499/2307-4906.4.2021.250117>
4. Благодир Л.А., Швець В.О. Математичні помилки як об'єкт наукових досліджень. *Наукові записки Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія: Педагогічні та історичні науки*. Київ. 2011. Вип. 93. С. 19-28.
5. Литвиненко Г.М. Запобігання математичним помилкам учнів: методичні рекомендації. Київ. 1989. 88 с.
6. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. закладів загал. серед. освіти. Харків. 2021. 240 с.
7. Наконечна Л.Й., Стецюк А.В. Нестандартний урок з математики з використанням ІКТ як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми* : Зб. наук. пр. Випуск 46. Вінниця. 2016. С. 41-44.
8. Наконечна Л.Й. Рівняння та нерівності: самостійно вдосконалюємо знання та вміння. Навчальний посібник. Вінниця: ВДПУ, 2008. 142 с.
9. Офіційний звіт про проведення ЗНО в 2021 році. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf
10. Офіційний звіт про проведення ЗНО в 2021 році. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf
11. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підручник. Київ. 2006. 582 с.
12. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. 240 с.
13. Електронний освітній ресурс. URL: <https://www.miyklas.com.ua/p>
14. Електронний освітній ресурс. URL: <https://learningapps.org/index.php?overview&s&category=0&tool>
15. Електронний освітній ресурс. URL: <https://wordwall.net/uk>
16. Електронний освітній ресурс. URL: <https://quizizz.com/>

UDC 37.016:512

Ways of preventing and correcting student mistakes when solving equations in the algebra course of grades 7-9

Liudmila Nakonechna, Yaroslav Nakonechny, Kateryna Polishchuk

Abstract. The article substantiates the need for the activities of mathematics teachers aimed at preventing and correcting typical student errors, identifies typical student errors in the process of solving equations in the elementary school algebra course, analyzes the ways to prevent and eliminate these errors, considers the possibilities of modern online platforms for increasing preventive activities the teacher, examples of the use of specific online platforms in the process of studying quadratic equations are demonstrated.

Keywords: Typical mathematical errors of students, error prevention, classification of student errors, online platforms.

References

1. Bilichenko, R.O., Konareva, S.V., Tkachenko, M.E., Traktynska, V.M. (2022). *Analysis of the main mistakes made by students of complete general secondary education at the final examination in mathematics in 2021*, Current issues of science and mathematics education., **1** (19), 5-11. [in Ukrainian]
2. Bevz, G.P. (1989). *Methods of teaching mathematics: a study guide*. Kyiv: Higher School. [in Ukrainian]
3. Blagodyr, L.A. (2021). *Prevention of student errors during the study of fractional rational expressions in the New Ukrainian School*, Collection of scientific works of the Uman State Pedagogical University, **4**, 6-13. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31499/2307-4906.4.2021.250117>
4. Blahodyr, L.A., Shvets, V.O. (2011). *Mathematical errors as an object of scientific research*, Scientific notes of the National Pedagogical University named after M.P. Drahomanov, Series: Pedagogical and historical sciences, **93**, 19-28. [in Ukrainian]
5. Lytyynenko, H.M. (1989). *Prevention of students' mathematical errors: methodical recommendations*, Soviet School, Kyiv. [in Ukrainian]
6. Merzlyak, A.G., Polonskyi, V.B., Yakir, M.S. (2021). *Algebra: tutorial. for 8th grade institutions in total among. education, Gymnasium., Kharkiv.* [in Ukrainian]
7. Nakonechna, L.Y., Stetsyuk, A.V. (2016). *A non-standard lesson in mathematics using ICT as a means of activating students' cognitive activity*, Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems, **46**, 41-44. [in Ukrainian]
8. Nakonechna, L.Y. (2008). *Equations and inequalities: improving knowledge and skills independently: Tutorial*, VSPU, Vinnytsia. [in Ukrainian]
9. Official report on conducting the ZNO in 2021. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf
10. Official report on the conduct of the ZNO in 2021. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf
11. Slepkan, Z.I. (2006). *Methods of teaching mathematics: a textbook*, Higher School, Kyiv. [in Ukrainian]
12. Slepkan, Z.I. (2004). *Psychological-pedagogical and methodical foundations of developmental teaching of mathematics*, Textbooks and manuals, Ternopil. [in Ukrainian]
13. Electronic educational resource. <https://www.miyklas.com.ua/p>
14. Electronic educational resource. <https://learningapps.org/index.php?overview&s&category=0&tool>
15. Electronic educational resource. <https://wordwall.net/uk>
16. Electronic educational resource. <https://quizizz.com/?lng=en>

Про автора / About the author

Людмила Наконечна, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Liudmila Nakonechna, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Ярослав Наконечний, аспірант, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Yaroslav Nakonechny, Graduate, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Катерина Поліщук, студентка, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Kateryna Polishchuk, Student, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 16.07.2024
Доопрацьовано / Revised 17.08.2024

**ТЕОРІЯ І МЕТОДИКА ПРОФЕСІЙНОЇ
ОСВІТИ**

**Theory and methods of vocational
education**

УДК 378.013.43:[37.011.3-051:51:331.543]

Особливості формування професійної культури викладача математики

Мар'яна Ковтонюк¹, Олена Соя²

¹ Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
kovtonyukmm@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7444-1234>

² Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, кафедра математики та інформатики, м. Вінниця, Україна
soya.o.m@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0937-299x>

Анотація. Обґрунтовано професійну культуру викладача математики як інтегровану динамічну властивість особистості, яка проектує його загальну культуру в галузі професії, і є синтезом математичної, науково-методичної та педагогічної культур викладача, реалізується в умовах синергетичного освітнього простору з використанням цифрових технологій. Запропоновано шляхи формування професійної культури через компоненти педагогічного процесу: змістовий, операційно-діяльнісний, діагностичний та результативний.

Мета статті: здійснити науково-теоретичний аналіз особливостей формування професійної культури викладача математики та майбутнього викладача математики, дати визначення поняття професійної культури викладача математики, змодельовати її основні компоненти (математичну, науково-методичну та педагогічну культури), встановити їх структуру й окреслити можливі шляхи формування професійної культури в умовах постіндустріального суспільства.

Ключові слова: викладач математики, професійна культура викладача, математична культура, науково-методична культура, педагогічна культура, математичне мислення, математична мова, саморозвиток, цифрові технології.

1. Вступ

Багатогранність поняття «професійна культура викладача» призводить до різних підходів у його інтерпретації та потребує ґрунтовних досліджень для формування єдиного розуміння змісту та структури поняття «професійна культура викладача математики».

Аналіз наукових досліджень дозволяє виділити комплекс системних елементів, що характеризують професійну культуру як феномен, а саме: професійні компетентності, професійне мислення, професійний інтерес, професійний досвід, професійний світогляд,

ступінь готовності особистості до конкретного виду діяльності, здатність до науково-дослідної діяльності, професійна майстерність, адаптованість до професійного середовища, професійна мораль тощо. Це поняття обумовлює світоглядні установки, ціннісні орієнтації, включає в себе весь духовний потенціал особистості, інтелектуальні, емоційні і практично-дієві компоненти її свідомості [22].

Глазкова І. та ін. [2, с. 144–161] аналізують феномен професійної педагогічної культури як соціально-педагогічне явище, що інтегрує історико-культурний досвід у скоординовану педагогічну діяльність. Методологія дослідження базується на діалектичному зв'язку таких методів, як порівняльно-історичний, генетичний, культурно-історичний та синергетичний – для визначення професійної педагогічної культури як відкритої системи, що змінюється і стає доступною для багатофакторної взаємодії процесів виховання, самовиховання, освіти й самоосвіти, обґрунтування процесів розвитку та саморозвитку вчителя.

Стаття [4, с. 42–53] має на меті дослідити взаємозв'язок між освітніми практиками, професійною культурою та цілями сталого розвитку, зокрема в контексті української національної освітньої системи та професійної спільноти. Завдяки всебічному огляду літератури та емпіричного аналізу, дослідження з'ясовує, що інтеграція сталого розвитку в навчальні програми та професійний дух сприяє підвищенню обізнаності та сумлінному залученню до глобальних екологічних, економічних і соціальних викликів. Проте ефективна реалізація потребує проактивних стратегій, адаптованих до мінливих суспільних потреб. Крім того, підкреслюється важливість стимулювання участі в ініціативах сталого розвитку серед викладачів і студентів, використовуючи інноваційні технології навчання.

У статті [5, с. 17–25] висвітлено теоретичні засади професійної культури майбутніх фахівців відповідно до глобальних викликів інформаційного суспільства, зроблено висновок, що основними складовими змісту професійної культури є мотивація до оволодіння спеціальними професійними знаннями, вміннями, навичками, професійно значущими цінностями, які в процесі формування професійної культури повинні стати особистісно значущими, підкреслено важливість формування особистісних якостей, що визначають успішність професійної діяльності фахівця. Серед її елементів визначено такі: передбачення, інтерпретація соціальних явищ і завдань у цілях і завданнях діяльності; усвідомлення професійної культури як шляху до успіху; використання професійної культури в різних формах діяльності; аналіз досягнутого результату, пов'язування його з цілями й завданнями професійної культури.

2. Постановка проблеми

Мета статті: здійснити науково-теоретичний аналіз особливостей формування професійної культури викладача математики та майбутнього викладача математики, дати визначення поняття професійної культури викладача математики, змоделювати її основні компоненти (математичну, науково-методичну та педагогічну культури), встановити їх структуру й окреслити можливі шляхи формування професійної культури в умовах постіндустріального суспільства.

Структура дослідження побудована за принципом від загального до конкретного, що дозволяє послідовно розглянути як теоретичні основи проблеми, так і її практичні аспекти.

3. Основні результати

Український учений Г. Михалін ще у 2003 році зазначав, що «незважаючи на значну кількість праць, в яких досліджується проблема формування професійної

культури вчителя математики у процесі навчання фахових математичних дисциплін, ця проблема потребує подальшої розробки, оскільки високотехнологічна цивілізація, яка вступила в інформаційно-комп'ютерне XXI століття, вимагає усунення невідповідності між її потребами та змістом, методами, формами і засобами навчання та виховання» [18]. Підготовка таких фахівців в умовах, які зараз переживає наша держава, особливо актуальна, відчувається гостра потреба у висококваліфікованих викладачах математики.

Основою методичного підходу дослідження особистості викладача математики високого рівня є обґрунтування та перевірка особливостей формування його професійної культури під час роботи у закладі вищої освіти.

За допомогою культурологічного підходу можна оцінити професійну культуру викладача математики через систему критеріїв, що відображають його здатність до культурної самоідентифікації та інтеграції в професійне співтовариство.

За С. Гончаренком «Культура (лат. cultura – виховання, розвиток) – сукупність практичних, матеріальних і духовних надбань суспільства, які відображають досягнутий рівень розвитку суспільства й людини. Під культурою розуміють рівень освіченості й вихованості людини, а також оволодіння певною галуззю діяльності» [7, с. 182].

Водночас поєднання та узагальнення ключових ознак культури суспільства, культури особистості й культури соціальної інтеграції в доповненні та взаємопроникненні створюють цілісну картину розуміння культури як наукового поняття. Тому в нашому дослідженні за основу приймемо таке визначення культури: культура – це комплекс (сукупність) матеріальних і духовних надбань суспільства, символічних продуктів розвитку особистості (здатків, знань, здібностей, творчих сил, ціннісних орієнтацій тощо) та технологій здійснення будь-якої цілеспрямованої діяльності в умовах конкретного середовища існування людини [21]. Таке структурування культури за ключовими елементами дозволяє у процесі дослідження особливостей професійної культури викладача показати механізми самовизначення і самовдосконалення особистості відповідно до загальноприйнятих суспільних норм (культура суспільства), самопізнання і саморозвитку у процесі професійної діяльності (культура особистості), адаптації та самореалізації – через самоідентифікацію в соціумі (культура соціальної інтеграції).

Я. Черньонков обґрунтував, що «професійна культура вчителя іноземних мов – це складне, інтегральне утворення в цілісній професійній структурі його особистості, уособлення різних видів особистісної культури, сукупність професійно важливих якостей та характеристик, інтеріоризованих сенсожиттєвих і світоглядних цінностей та установок, умова ефективної професійної діяльності, професійної самоактуалізації, досягнення соціально-професійної зрілості» [24, с. 8].

І. Пальшкова зауважила, що культура вчителя у всьому розмаїтті методологічних підходів до її прояву визнається одним із новоутворень, що *формується в процесі підготовки педагога до професійно-педагогічної діяльності*, поряд із готовністю, компетентністю, педагогічною майстерністю, професіоналізмом тощо [20, с. 32].

Т. Спіріна проаналізувала підходи до визначення професійної культури, що передбачають її змістове тлумачення за такими ознаками: атрибутивної властивості окремої професійної групи людей (Й. Ісаєв); певного рівня оволодіння професією, тобто способами та прийомами вирішення професійних завдань (В. Гринькова); сукупності професійно-етичних та індивідуально-професійних якостей особистості (Є. Гармаш). Дослідниця узагальнила поняття професійної культури майбутніх соціальних педагогів як інтегративну властивість особистості фахівця з соціальної педагогіки, що містить сукупність інтелектуальних, духовних, педагогічних особистісних характеристик,

сформованих на основі загальної культури, психолого-педагогічних знань, умінь і навичок у поєднанні з творчим підходом у вирішенні педагогічних завдань [23, с. 7].

Професійну культуру викладача українські дослідники І. Зязюн, Л. Крамущенко, І. Кривонос та ін. визначають як «прояв загальної культури в умовах педагогічного процесу, що визначається як високий рівень духовного розвитку педагога та його професійної майстерності» [21, с. 6].

Для нас особливо цінним є дослідження Г. Михаліна, який розкрив зміст поняття «професійна культура вчителя математики» як сукупність практичних, матеріальних і духовних надбань, що визначають якість професійної діяльності вчителя [18, с. 30]. Науковець до основних компонентів професійної культури вчителя математики відносить його математичну, методичну, педагогічну, психологічну, інформаційну, мовну і моральну культури і зауважує, що кожна вказана компонента професійної культури фахівця, зокрема вчителя математики, за винятком лише моральної культури, складається із загальної та спеціальної частин, а її зміст суттєво залежить від специфіки діяльності фахівця.

О. Мухіна [19, с. 169–174] під професійною культурою вчителя математики розуміє сукупність його практичних, матеріальних і духовних надбань, що визначають якість його професійної діяльності. Це складне інтегративне утворення, що складається з низки компонентів: математичної, педагогічної, психологічної, методичної, мовної, інформаційної культури вчителя тощо.

Н. Кайда, та ін. [11, с. 211] наголошують, що «формування методичної культури викладачів ЗВО передбачає спрямованість змісту професійної підготовки майбутніх викладачів на формування в них ціннісних орієнтацій, необхідних для інтерактивної викладацької діяльності й відповідної спрямованості особистості, самовдосконалення, самовизначення, та одночасно орієнтує на інноваційний досвід з метою успішної реалізації як, зокрема, методичної діяльності, так і загалом професійної педагогічної діяльності викладача. В методичній діяльності викладача ЗВО це може відобразитися в реальній практиці професійної підготовки студентів: нові методи викладання, нові способи діагностики якості навчання студентів, розробці й використанні в навчальному процесі авторських методичних продуктів тощо».

С. Дембіцька та І. Кобилянська визначають педагогічну культуру як систему норм, ціннісних орієнтацій, практично реалізованих у процесі життєдіяльності людини, яка забезпечує умови для саморозвитку й самореалізації особистості в процесі фахової діяльності [9, с. 51–56].

Виходячи з аналізу наукової літератури під *професійною культурою викладача математики ми розумітимемо інтегровану динамічну властивість особистості, яка проєктує його загальну культуру в галузі професії, є синтезом математичної, науково-методичної та педагогічної культур і реалізується в умовах синергетичного освітнього простору з використанням цифрових технологій* (Рис. 1).

На нашу думку, у постіндустріальному суспільстві формування професійної культури викладача математики можливе лише за використання цифрової інструментарію у всіх її компонентах. Як співавтори статті [14, с. 93–106] пропонуємо для застосування форсайт-колесо цифрових технологій, яке поділено на чотири кільця, що виконують різні функції (Рис. 2).



Рис. 1. Професійна культура викладача математики (авторська розробка).

Математична культура викладача математики – це складова частина його професійної культури, яка відображає сформованість системи математичних знань та умінь, математичного мислення та математичної мови, розвинутою здатністю до самоосвіти, що формують професійний світогляд викладача математики (Рис. 3).

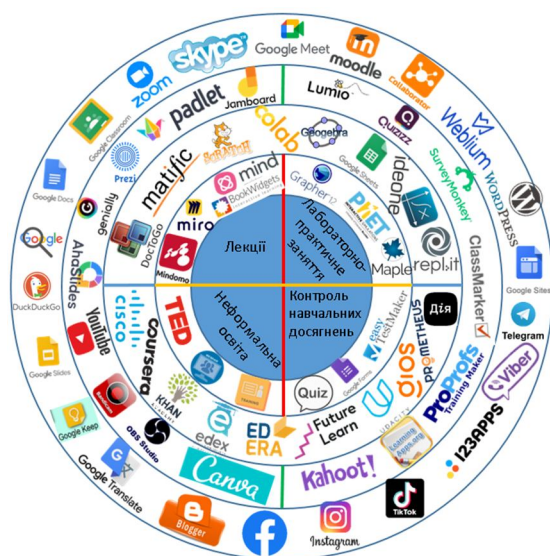


Рис. 2. Форсайт-колесо цифрових технологій [14]



Рис. 3. Компоненти математичної культури бакалавра математики [12]

Проблемі математичної культури присвячені статті як вчених-математиків, які розглядали її у математичному аспекті, так і вчених-педагогів, які вивчали її у методичному аспекті. Зокрема Є. Лодатко тлумачить математичну культуру суспільства як «складне соціальне утворення, що формується під впливом математичних традицій, усталеної системи математичної освіти та математичних надбань» [16, с. 78]. Г. Зінченко наголошує, що «математична культура майбутнього вчителя математики визначається не тільки високим рівнем оволодіння математичними знаннями, уміннями

використовувати їх на практиці, математичною мовою і мовленням, але й системою цінностей самого вчителя, його загальною світоглядною ерудицією і головне – здатністю формувати цю культуру в учнів» [10, с. 92].

Аналіз структурних компонентів математичної культури здійснено у праці [12, с. 52–56]. Як стверджує О. Максимович, «математичне мислення – це складний процес, в результаті якого у майбутніх учителів математики формуються стратегії, ідеї, думки щодо розв’язання тієї чи іншої задачі, проблемної ситуації. В ході такого процесу студенти оволодівають навичками мислення високого рівня, а саме: вони вчаться аналізувати, синтезувати, узагальнювати, класифікувати, порівнювати тощо. Математичне мислення є однією з цінностей особистості, а формується воно завдяки математичній діяльності особистості у процесі навчання і викладання математики» [17, с. 125–129].

Вікіпедія трактує математичну мову як «мову символів, знаків, які, відповідно поєднуючись, передають інформацію і є, звичайно, математичною моделлю зазначеної ситуації, явища, процесу» (<https://uk.wikipedia.org/wiki/%>). Основні уміння, що стосуються математичної мови: володіти математичною термінологією, зокрема українською та англійською мовами; грамотно викладати навчальний матеріал; вміти виділяти головне у математичних реченнях; математично правильно обґрунтовувати розв’язування задач, використовувати системи комп’ютерної математики.

Науково-методична культура викладача математики містить складові: наукові дослідження, методики викладання і навчання, навчально-методичний продукт.

Наукові дослідження: написання і публікація статей, монографій, підготовка і захист дисертацій, проєктів і грантів, отримання охоронних документів (патенти, свідоцтва авторського права) на об’єкти права інтелектуальної власності. Методики викладання і навчання включають уміння використовувати традиційні та інноваційні підходи, методи, прийоми, форми й технології. Навчально-методичний продукт викладача математики: написання, редагування, рецензування навчальних посібників, навчально-методичних рекомендацій, робочих зошитів, розробка лекцій, практичних і лабораторних занять, робочих програм і силабусів, тестів і контрольних робіт, ведення сайтів і блогів.

Педагогічна культура викладача математики в умовах постіндустріального суспільства поєднує здатність до самоаналізу власної професійної діяльності й прагнення до підвищення кваліфікації; рівень самоосвіти, саморозвитку, самоменеджменту; наявність мотивації, комунікації, професійної моралі та рефлексії викладача як компоненти індивідуальної траєкторії його професійного розвитку.

Розглянемо самоосвіту, саморозвиток й самоменеджмент як види діяльності з точки зору їх впливу на становлення педагогічної культури викладача математики.

Л. Губерський стверджує, що, ті чи інші результати діяльності (як і її різноманітні види) набувають статусу «культури» лише в тій мірі, в якій сприяють розвитку сутнісних сил людини, творчих можливостей особистості [8., с. 21]. Розглядаючи діяльність через призму різноманітності її тлумачень [22], зауважимо що будь-який вагомий результат діяльності впливає на становлення та розвиток людини, а нагромадження нових досягнень, цінностей веде до підвищення загального рівня культури суспільства.

Значна частка результатів діяльності в напрямку підвищення рівня педагогічної культури викладача математики отримується особистістю в процесі свідомої самостійної роботи над собою. Поняття «діяльність» містить у собі поняття «робота» як інтегровану частину цілого, як конкретний вид діяльності. Основні положення дослідження самостійної роботи в історичному ракурсі подано у [22]. Зрештою використовувати ці дефініції необхідно в залежності від контексту.

У підсумку зауважимо, що для становлення педагогічної культури викладача математики має значення стан розвитку його культури самостійної роботи, що генерується фундаментальними поняттями: культура (суспільства, особистості й соціальної інтеграції) та самостійна робота (ширше – діяльність), відтворюючи їх взаємозв'язок і взаємовплив (Рис. 4).

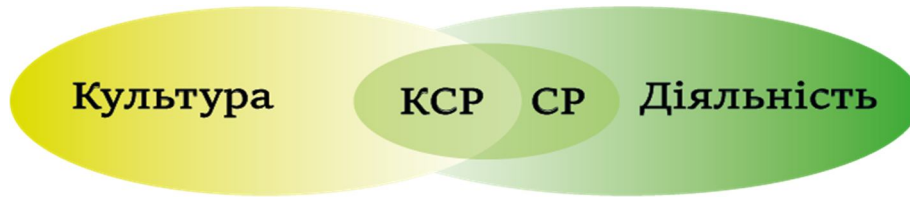


Рис. 4. Генерування поняття культури самостійної роботи (КСР) [22].

Можемо стверджувати, що культура самостійної роботи, як наукова категорія, широко охоплює різноманітні сфери діяльності особистості у процесі планування, організації та виконання самостійної роботи; обумовлює розвиток особистості, стимулює її до пізнання об'єктивної реальності, саморозвитку, самовдосконалення та самореалізації під час самостійної роботи (діяльності) - визначає особливості педагогічної культури викладача математики.

Таким чином, професійна культура викладача математики цілком визначається рівнем освіченості і вихованості людини та рівнем володіння галуззю діяльності за фахом. Отож у словосполученні «культура самостійної роботи викладача математики» поняття «культура» є констатуванням людської і тому штучної форми досвіду, набутого особистістю в процесі діяльності, його якісна характеристика, а поняття «самостійна робота» конкретизує вид цієї діяльності у системі професійної діяльності викладача математики, визначає специфічну форму і зміст набуття цього досвіду.

Аналіз сутності понять «культура», «самостійна робота», «професійна культура» у контексті філософського, культурологічного і педагогічного знання, різноманітних методологічних підходів дозволив визначити *культуру самостійної роботи викладача математики як інтегративну властивість його особистості, спрямовану на акумулювання загальних і фахових компетентностей, мотиваційних характеристик і вольових якостей упродовж самостійної роботи в умовах професійної діяльності.*

Завдяки наявності культури самостійної роботи викладач математики має «пройти й актуалізувати, засвоїти» історію *культури суспільства*. При цьому відбувається перехід культури «з безособової форми загальності в особистісну форму культури індивіда» (за В. Біблером [22]). У процесі самостійної роботи, завдяки людинотворчій функції діяльності, виявляється *культура особистості* викладача математики. Якості, здібності та можливості викладача математики проявляються з максимальним ступенем повноти, виразності й досконалості. А так званий технологічний аспект культури через освітній простір педагогічного ЗВО уводить викладача математики в сферу *соціальної інтеграції* (адміністрація – викладач, викладач – викладач, викладач – студент, викладач – стейкхолдер тощо).

Кожний компонент професійної культури викладача математики є необхідною умовою для успіху у навчальній роботі. Проте далеко не кожний математик, що досяг успіхів у своїй науковій діяльності, є добрим викладачем навіть у сфері своєї вузької спеціальності [18], як і фахівець у сфері методичних чи педагогічних досліджень може стати висококваліфікованим викладачем математики.

Структура компонентів професійної культури та цільові завдання їх формування і самовдосконалення подано в таблиці 1.

Таблиця 1.

*Компоненти професійної культури викладача математики,
їх структура, цільові завдання*

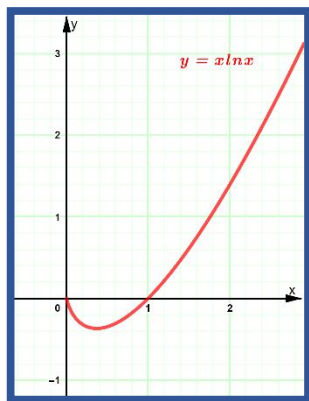
Компоненти	Структура компонентів	Цільові завдання
Математична культура	<ul style="list-style-type: none"> - Математичні компетентності; - Математичне мислення (топологічне, порядкове, метричне, алгебраїчне, проєктивне); - Математична мова 	<ul style="list-style-type: none"> - Формування математичних компетентностей; - Формування дій, операцій математичного мислення; - Формування культури математичної мови (усної і письмової)
Науково-методична культура	<ul style="list-style-type: none"> - Наукові дослідження; - Методики викладання і навчання; - Навчально-методичний продукт 	<ul style="list-style-type: none"> - Публікація статей, монографій, захист дисертацій, проєктів і грантів, отримання патентів, свідоцтв авторського права; - Розроблення та впровадження інноваційних підходів, методів, прийомів, форм і технологій; - Написання, редагування, рецензування навчальних посібників тощо; розроблення навчального контенту, діагностичних робіт, робочих програм і силябусів, ведення сайтів і блогів
Педагогічна культура	<ul style="list-style-type: none"> - Самоаналіз, підвищення кваліфікації; - Самоосвіта, саморозвиток, самоменеджмент, педагогічна майстерність; - Мотивація, комунікація, професійна мораль, рефлексія, адаптованість до професійного середовища 	<ul style="list-style-type: none"> - Побудова індивідуальних професійних траєкторій, самокорекції, рефлексії викладача математики; - Розвиток самоорганізації, самонавчання та їх обґрунтування; - Формування мотивації, комунікації
Формуються в умовах синергетичного освітнього простору з використанням цифрових технологій		

Формування математичної культури викладача математики починається ще в магістратурі, де передбачена відповідна додаткова спеціальність. І навчальна дисципліна «Методика викладання математики у вищій школі» ставить одним із завдань ознайомити магістрантів із особливостями методики викладання математичних курсів у закладах вищої освіти різного рівня та професійного спрямування; розкрити цілі, зміст, методи та засоби вивчення окремих математичних дисциплін у закладах вищої освіти. Результати навчання цієї дисципліни: володіння дидактичними знаннями процесів і методів викладання та навчання математики; уміти використовувати фундаментальні математичні закономірності у професійній діяльності; здатність організувати ефективну діяльність з формування математичних компетентностей студентів у процесі навчання математики у вищій школі.

Розглянемо на прикладі теми «Методика навчання функції в математичному аналізі. Границя функції», як відбувається формування понять «функція» і «границя функції», починаючи від функції однієї змінної, двох і багатьох змінних до поняття

відображення, оператора та функціонала у метричному просторі. Ми використовуємо методи аналогії, порівняння, виділення головного і відмінностей у визначенні цього поняття у різних метричних просторах.

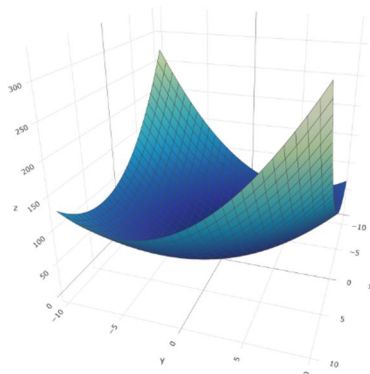
Означення функції однієї змінної, багатьох змінних та відображення у метричному просторі.



Означення 1 (Функція однієї змінної). Нехай маємо дві непорожні множини $X \subset \mathbb{R}$ і $Y \subset \mathbb{R}$. Якщо кожному елементу $x \in X$ за певним законом поставлено у відповідність рівно один елемент $y \in Y$ ($y \in Y$), то кажуть, що на множині X визначено функцію $y = f(x)$ ($f: X \rightarrow Y$) із значеннями в множині Y .

Отже, для того, щоб перевірити, чи є відповідність функціональна, потрібно перевірити, чи виконуються два ключових слова: «кожному» і «один».

$$\boxed{\text{кожному } x \in X \xrightarrow{f} \text{один } y \in Y}$$



Означення 1 (Функція багатьох змінних). Нехай задано множину $E \subset \mathbb{R}^n$. Якщо кожній точці $x \in E$ за певним законом співвідноситься одне дійсне число y , то кажуть, що на множині E визначена функція багатьох змінних $y = f(x)$:

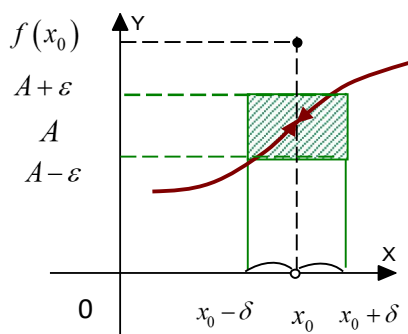
$$\boxed{\text{КО ЖНІЙ } x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E \subset \mathbb{R}^n \xrightarrow{\text{функція}} \text{одне } y \in \mathbb{R}}$$

Означення 1 (Відображення у метричному просторі). Відповідність f , яка кожній точці метричного простору X відносить одну точку метричного простору Y , називається відображенням з МП X у МП Y .

Якщо використати метод аналогії і узагальнення, то бачимо, що в усіх випадках зберігаються ключові слова: «кожному – один». Якщо ж застосувати метод порівняння, то змінюються об'єкти вивчення. В одних випадках це числа, в інших – точки евклідового простору, а в метричних просторах точками можуть бути і функції, і числові послідовності, й інші об'єкти. Вказуємо, що в області визначення і області значень можуть фігурувати об'єкти різної природи.

Аналогічно для введення поняття границі функції теж можемо використати метод аналогії, узагальнення і порівняння, показати, що означення за Гейне, незалежно від природи об'єктів, записується однаково:

$$\boxed{\left(A = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right) \stackrel{df}{\Leftrightarrow} \left(\forall (x_n) \subset O^*(x_0) \cap X : \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A \right)}$$



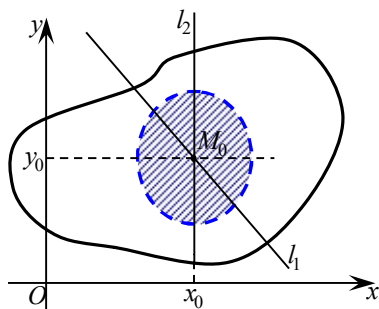
Означення ж границі функції у точці за Коші суттєво залежить від того, як позначається відстань у тому чи іншому метричному просторі.

Означення 2 (границя функції однієї змінної). Число A називається границею функції $y = f(x)$ у точці x_0 , якщо для довільного як завгодно малого додатного числа ε знайдеться додатне число δ

таке, що для всіх значень $x \in X$ таких, що $0 < |x - x_0| < \delta$, виконується нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$.

$$\left(A = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right) \stackrel{df}{\Leftrightarrow} (\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0, \forall x \in X: 0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$$

Означення 2 (границя функції багатьох змінних).



Нехай функція $y = f(x)$ визначена на множині $E \subset \mathbb{R}^n$ і $x_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$ – скінченна або нескінченно віддалена гранична точка цієї множини. Число A називається границею функції $f(x)$ на множині E у точці x_0 , якщо для довільного як завгодно малого числа $\varepsilon > 0$ можна вказати додатне число $\delta > 0$ таке, що для всіх точок $x \in E: 0 < d(x, x_0) < \delta$ виконується

нерівність $|f(x) - A| < \varepsilon$.

$$\left(A = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \in E}} f(x) \right) \stackrel{df}{\Leftrightarrow} (\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0, \forall x \in E: 0 < d(x, x_0) < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon)$$

Зауважуємо на інше позначення відстані між точками. Існує ще поняття границі функції $f(x)$ у точці x_0 вздовж кривої $\Gamma \in E: \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x \in \Gamma}} f(x)$.

Для розуміння границі функції багатьох змінних важливо усвідомити, що до точки M_0 можна наблизитися різними шляхами (фактично таких шляхів є безліч), і це суттєво вплине на подальшу побудову теорії функцій багатьох змінних, зокрема на її диференційовність.

Означення 2 (границя відображення у метричному просторі). Елемент y_0 МП Y є границею відображення f з МП X в МП Y у точці x_0 відносно множини E тоді і лише тоді, коли для довільного $\varepsilon > 0$ існує число $\delta > 0$ таке, що для всіх $x \in E$, для яких $0 < d_1(x, x_0) < \delta$, виконується нерівність $d_2(f(x), y_0) < \varepsilon$.

Бачимо, що відстані у метричних просторах можуть визначатися різними формулами. Тут ми робимо підсумок, що у метричних просторах побудова теорії границь відображень залежить від природи об'єктів і можуть бути цікаві несподіванки.

Викладач математики має володіти відповідними компетентностями, щоб методично грамотно пояснити фундаментальні поняття «функція» і «границя функції» здобувачам вищої освіти.

Розглянемо науково-методичну культуру, що є багатогранною складовою професійної культури викладача математики і поєднує його наукову діяльність, впровадження сучасних методик викладання і навчання, та розроблення власного навчально-методичного продукту.

Зауважимо, що основні завдання реалізації методик викладання і навчання у формуванні науково-методичної культури викладача математики полягають у поєднанні традицій та інновацій через сучасні цифрові технології та цифрові компетентності.

М. Ковтонюк та ін. у статті [14, с. 93–106] розглянули особливості побудови освітнього простору викладача математики засобами педагогічного проектування та розбудови архітектури цифрових технологій у їхній професійній діяльності. Охарактеризовано освітній простір викладача через об'єднання особистісного, ціннісного, культурного, комунікативного, діяльнісного та інформаційного підпросторів, який будується на компетентностях, що мають яскраво виражений діяльнісний характер і виявляються в умінні здійснювати вибір, виходячи з адекватної оцінки себе у конкретній ситуації. Визначено професійні компетентності викладача математики та інформатики як унікальне поєднання професійних знань, умінь і якостей викладача, об'єднаних гуманно-ціннісним ставленням до студентів і колег, творчим підходом до праці, постійною спрямованістю на особистісне і професійне вдосконалення; використанням інноваційних і цифрових технологій, у процесі чого формуються нові авторські педагогічні системи, які сприяють освітньому та економічному розвитку держави. До них віднесемо високі предметні компетентності, що включають науково-дослідну роботу; особистісні (креативність, динамічність, здатність до діалогу, дискусії); інноваційні (здатність використовувати у навчальному процесі різні інновації); проєктувальні, конструювальні; організаційно-практичні; комунікативні (зокрема тьюторство, менторство, коучинг, експертність).

Структуру цифрових компетентностей розкрито в [1] через напрямки діяльності: професійна залученість, цифрові ресурси, викладання і навчання, оцінювання, емпіричне навчання, сприяння цифровій компетентності студентів.

Елементами розроблення власного навчально-методичного продукту є створення навчальних посібників та віртуальних математичних освітніх середовищ на прикладі вебсайту для здобувачів освіти.

У статті [13] авторами обговорено особливості сучасного цифрового посібника з математичних дисциплін у підготовці бакалавра математики. Показано, що якісний цифровий посібник забезпечує формування не лише математичної культури майбутнього фахівця, але й формування таких базових компетентностей, як здатність і готовність до самонавчання, застосування знань, умінь і навичок роботи з системами комп'ютерної математики, самоосвіти й майбутньої професійної діяльності. Використання цифрового посібника, інтегрованого у технологію навчання, яку проєктує і впроваджує викладач, дозволяє йому обирати власну творчу стратегію та методику навчання здобувачів освіти.

Аналіз структурних компонентів педагогічної культури здійснено у праці [2, с. 144–161]. Складовою професійної педагогічної культури є готовність до самовдосконалення, компонентами якого є самоосвіта та саморозвиток.

Формування професійної культури викладача математики і майбутнього викладача математики можливе при застосуванні системно-діяльнісного, синергетичного, компетентнісного, прогностичного, особистісно-розвивального, навчально-дослідницького та інформаційного підходів, що дають змогу підвищувати якість освіти і освіченості особистості. Ставиться акцент на посиленні ролі самоосвіти, саморозвитку та мотивації викладача математики та майбутнього викладача математики через компоненти педагогічного процесу: змістовий, операційно-діяльнісний, діагностичний та результативний. У *змістовий компонент* ми включаємо: проєктування змісту математичної підготовки здобувача вищої освіти через навчальні плани та робочі програми дисципліни; впровадження у навчальний процес авторських навчальних підручників та посібників, практикумів, курсу лекцій, термінологічного словника, методичних вказівок щодо написання курсових та кваліфікаційних робіт, візуалізація навчального контенту, активне використання цифрових технологій й систем комп'ютерної математики.

Операційно-діяльнісний компонент передбачає: уміння використовувати інноваційні методики і технології (навчальні тренінги, ділові ігри, вебінари); проектувати самостійну і навчально-дослідницьку діяльність студентів; впроваджувати у навчальний процес змішане навчання.

Викладач математики може створити власний сайт (<https://kovtonyuk.inf.ua>), на якому розміщено навчальний контент. Також для додавання відеоматеріалів до математичних дисциплін можна створювати YouTube канал, як пропонують автори статті (Рис. 5). Після того, як студент на ньому зареєструвався, він розпочинає навчання. Такий підхід спонукає викладача до педагогічного проектування та розбудови цифрових технологій задля трансформації традиційних підходів до навчання й підвищення продуктивності праці, розкриття власної індивідуальності [3, с. 51–57]. У цій статті досліджено потенціал моделювання віртуального математичного освітнього середовища на прикладі веб-сайту, встановлено, які інструменти та технології можуть бути використані для його створення. Розроблено можливість отримання вільного доступу до навчальних матеріалів та платформи тестування для закріплення отриманих знань, що є досить актуальним в умовах воєнного стану держави.

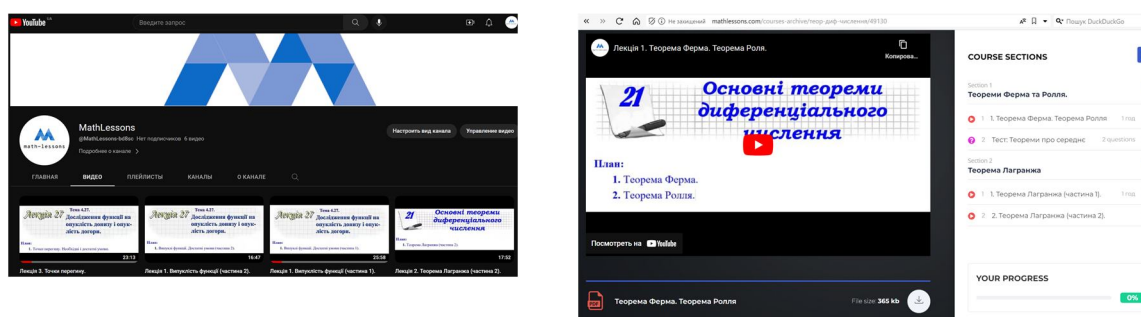


Рис. 5. Створений YouTube канал для розміщення відео матеріалів [3]

Діагностично-результативний компонент: успішне засвоєння програми відкритого онлайн-курсу з певної математичної дисципліни; активна участь у конференціях, конкурсах, вебінарах; участь у міжнародному науковому проєкті, залучення до міжнародної експертизи; участь у редакційній колегії наукового видання, включеного до переліку наукових фахових видань України, або іноземного рецензованого наукового видання.

З метою дослідження чи є статистичний взаємозв'язок показників значущості компонентів професійної культури на рівні їх структур у викладачів математики і майбутніх викладачів математики (студентів магістратури) на факультеті математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського використано коефіцієнт рангової кореляції r_s Спірмена, що визначається за формулою: $r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$, де d – різниця рангів; n – кількість ознак [6, 59-63]. Дослідження проводилося з максимальною повагою до особистого життя та конфіденційності досліджуваних, з дотриманням етичних норм і стандартів Американської психологічної асоціації (APA), рекомендацій Етичного кодексу науковця України.

Таблиця 2.

Таблиця первинних даних та проміжних розрахунків за результатами опитування викладачів математики (X) та майбутніх викладачів математики (Y)

№	Структура компонентів	X	Y	d	d ²
1	Математичні компетентності	1	2	-1	1
2	Математичне мислення	2	1	1	1
3	Математична мова	3	3	0	0
4	Наукові дослідження	9	9	0	0
5	Методики викладання і навчання	4	4	0	0
6	Навчально-методичний продукт	6	8	-2	4
7	Самоаналіз, підвищення кваліфікації	8	6	2	4
8	Самоосвіта, саморозвиток, самоменеджмент, педагогічна майстерність	5	7	-2	4
9	Мотивація, комунікація, професійна мораль, рефлексія, адаптованість до професійного середовища	7	5	2	4
				$\sum = 0$	$\sum = 18$

Первинні дані за двома параметрами представлені в шкалі порядку. Ранги не повторюються, відповідно емпіричне значення коефіцієнта кореляції r_s Спірмена будемо визначати за загальною формулою. Встановлюємо рівень ймовірності помилки першого роду і формулюємо нульову та альтернативну гіпотези для $\alpha = 0,01$:

H_0 : показники значущості компонентів професійної культури на рівні їх структур у викладачів математики і майбутніх викладачів математики (студентів магістратури) не взаємозв'язані ($r_s = 0$);

H_0 : показники значущості компонентів професійної культури на рівні їх структур у викладачів математики і майбутніх викладачів математики (студентів магістратури) не взаємозв'язані ($r_s \neq 0$).

Обчислюємо d – різницю рангів за формулою: $d_i = R_{X_i} - R_{Y_i}$; d^2 – квадрат різниці рангів; суму d^2 за вибіркою досліджуваних.

Обчислюємо емпіричне значення коефіцієнта рангової кореляції Спірмена за формулою r_s :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot 18}{9 \cdot (9^2 - 1)} = 0,85.$$

Отримане значення свідчить про пряму кореляцію середньої сили між змінними. Перевіримо її статистичну значущість.

За таблицею критичних значень коефіцієнта кореляції r_s Спірмена [6, с. 130] для $df = n = 9$ та заданого $\alpha = 0,01$ знаходимо $r_{\text{крит}} = 0,798$. Оскільки $|r_{\text{емп}}| > r_{\text{крит}}$ ($0,85 > 0,798$), гіпотеза H_0 відхиляється. Розмір стандартизованого ефекту згідно класифікації Дж. Коена – великий ($r_s = 0,85$).

Отже, присутній статистично значущий зв'язок показників значущості компонентів професійної культури на рівні їх структур у викладачів математики і майбутніх викладачів математики (студентів магістратури) на факультеті математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського. Згідно статистики критерію r_s Спірмена ($r_s = 0,85$; $p > 0,01$; $n = 9$) для прийняття нульової гіпотези немає достатніх підстав, проте виявлений великий розмір ефекту свідчить про доцільність реорганізації дослідження, збільшивши статистичну потужність, наприклад через збільшення розмірів вибірок: чисельніші вибірки забезпечують більшу статистичну потужність.

Висновки. Авторами статті здійснено дефінітивний аналіз ключових понять за тематикою дослідження. Показано, що професійна культура викладача математики поєднує три основні компоненти: математичну, науково-методичну та педагогічну культури, які, у свою чергу, є складними інтегративними утвореннями і тісно пов'язані між собою. Для всіх компонентів професійної культури викладача математики визначено завдання та шляхи їх реалізації через компоненти педагогічного процесу: змістовий, операційно-діяльнісний, діагностичний та результативний. Формування професійної культури можливе лише за використання цифрового інструментарію у всіх її компонентах. Пропонуємо на сучасному розвитку освіти використовувати змодельоване у статті [14] так зване форсайт-колесо цифрових технологій, де визначено основні напрямки реалізації архітектури цифрових технологій у професійній діяльності викладача.

Перспективи подальших досліджень вбачаємо в детальному аналізі структурних компонентів професійної культури викладача математики, визначенні локальних та глобальних цілей, завдань та методиці їх реалізації.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Barbashova I., Bakhmat N., Marynchenko I., Ponomarova M., Holinska T. Neurotechnologies and artificial intelligence in forming the professional culture of pedagogical field specialists. *Ad Alta: Journal of interdisciplinary research*. 2023. Vol. 13 (2). P. 74-81. URL: <http://surl.li/ldodxb>
2. Glazkova I., Khatuntseva S., Yaroshchuk L. Professional Pedagogical Culture: Historical Culturological Aspect. *Revista Romaneasca Pentru Educatie Multidimensionala*. 2020. Vol. 12 (3). P. 144-161. DOI: <https://doi.org/10.18662/rrem/12.3/314>
3. Kosovets O., Kovtoniuk M., Soia O., Koval D. Integration of digital technologies in modeling the educational environment of a bachelor in the conditions of martial law. *Proceedings of International Conference on Applied Innovation in IT*. 2024. Vol. 12 (1). P. 51-57. DOI: <https://doi.org/10.25673/115641/>
4. Kravchenko L., Vynnychuk R., Ilchenko O., Lytvynenko A., Kulyk Ye., Palekha O., Sukhovii N. Professional culture of future specialists within the framework of ukraine's sustainable development concept. *Brazilian Journal of Education, Technology and Society (BRAJETS)*. 2024. Vol. 17 (1). P. 42-53. DOI: <http://dx.doi.org/10.14571/brajets.v17.nse1.4-53>
5. Pankiv L., Bodrova T., Borshchenko N., Chabaiovska M., Ihnatenko N. Theoretical bases of professional culture of future specialists in accordance with global challenges of the information society. *Amazonia Investiga*. 2023. Vol. 12 (61). P. 17-25. DOI: <https://doi.org/10.34069/AI/2023.61.01.2>
6. Боснюк В. Ф. Математичні методи в психології: курс лекцій. Мультимедійне навчальне видання. Харків: НУЦЗУ, 2020. 141 с.
7. Гончаренко С. У. Український педагогічний словник. Київ: Либідь, 1997. 376 с.
8. Губерський Л. В., Андрущенко В. П., Михальченко М. І. Культура. Ідеологія. Особистість: методолого-світоглядний аналіз. Київ: Знання України, 2002. 580 с.
9. Дембіцька С., Кобилянська І. Формування педагогічної культури фахівців інженерних спеціальностей. *Педагогіка безпеки*. 2018. № 1. С. 51-56.
10. Зінченко Г. Математична культура як інноваційна складова професійної компетентності майбутнього вчителя математики. *Педагогічні науки*. 2015. № 64, С. 88-95.
11. Кайда Н. О., Пасик-Косарева Н. О., Розум А. П. Методична культура викладача ЗВО як складова його професійно-педагогічної культури: постановка проблеми. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2021. Вип. 194. С. 208-213.
12. Ковтонюк М. Формування математичної культури бакалаврів математики в умовах змішаної форми навчання. *Матеріали науково-педагогічного підвищення кваліфікації «Інноваційна педагогіка XXI століття: нові компетентності викладача закладу вищої освіти»*: Збірник тез. Вінниця: ВДПУ, 2024. С. 52-56.

13. Ковтонюк М. М., Клімішина А. Я., Леонова І. М., Соя О. М. Практикум з диференціального числення функції багатьох змінних. Вінниця: ВНТУ, 2023. 250 с. URL: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/812>
14. Ковтонюк М. М., Косовець О. П., Соя О. М., Леонова І. М. Архітектура цифрових технологій в освітньому середовищі викладача як трансфер інновацій в економічний простір держави. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми* : збірник наукових праць. Вінниця: ТОВ «Друк плюс», 2023. Вип. 68. С. 93-106. DOI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-68-93-106>
15. Ковтонюк М., Соя О., Туржанська О., Косовець О., Леонова І. Навчальний посібник як елемент освітнього простору бакалавра математики в умовах змішаного навчання в Україні. *Математика, інформатика, фізика: наука та освіта*. 2024. Т. 1, №1. С. 75–88. DOI: <https://doi.org/10.31652/3041-1955-2024-01-04>
16. Лодатко Є. О. Математична культура вчителя початкових класів як основа професійного світосприйняття. «ІТМ*плюс – 2012»: матеріали міжнародної науково-методичної конференції (6–7 грудня 2012 р., м. Суми): У 3-х частинах. Частина 2. Суми: ВВП «Мрія» ТОВ, 2012. 162 с.
17. Максимович О. М. Сучасні аспекти математичного мислення особистості. *Збірник наукових праць: філософія, соціологія, психологія*. Івано-Франківськ, 2000. № 5. С. 125–129.
18. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. 320 с.
19. Мухіна О. М. Формування професійної культури вчителів математики. З історії Чергнігівської вищої школи. *Наукові записки кафедри педагогіки*. Випуск XXXI. Харків, 2013. С. 169–174.
20. Пальшкова І. О. Формування професійно-педагогічної культури майбутнього вчителя початкової школи: практико-орієнтований підхід: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора. пед. наук: спец. 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти». Одеса, 2009. 40 с.
21. Педагогічна майстерність: підручник / І. А. Зязюн, Л. В. Крамущенко, І. Ф. Кривонос та ін. За ред. І. А. Зязюна. 2-ге вид., допов. і переробл. Київ: Вища школа, 2004. 422 с.
22. Соя О. М., Ковтонюк М. М. Методика формування культури самостійної роботи майбутніх учителів математики: навч. посіб. Калинівка: ТОВ «Калинівська друкарня», 2015. 255 с.
23. Спіріна Т. П. Формування професійної культури майбутніх соціальних педагогів у навчально-виховному процесі вищого навчального закладу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти». Житомир, 2009. 19 с.
24. Черньонков Я. О. Формування професійної культури майбутнього вчителя іноземної мови: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04 «Теорія і методика професійної освіти». Кіровоград, 2006. 20 с.

UDC 378.013.43:[37.011.3-051:51:331.543]

Peculiarities of Formation of Professional Culture of Mathematics Teacher

Mariana Kovtoniuk, Olena Soia

Abstract. The professional culture of a mathematics teacher is substantiated as an integrated dynamic property of a personality that projects his/her general culture in the field of the profession, and is a synthesis of mathematical, scientific, methodological and pedagogical cultures of the teacher, realized in a synergistic educational space using digital technologies. The ways of forming professional culture through the components of the pedagogical process are proposed: content, operational, diagnostic and effective.

The purpose of the article is to carry out a scientific and theoretical analysis of the peculiarities of the formation of the professional culture of a mathematics teacher and a future mathematics teacher, to define the concept of professional culture of a mathematics teacher, to model its main components (mathematical, scientific, methodological and pedagogical cultures), to establish their structure and to outline possible ways of forming professional culture in a post-industrial society.

Keywords: mathematics teacher, professional culture of the teacher, mathematical culture, scientific and methodological culture, pedagogical culture, mathematical thinking, mathematical language, self-development, digital technologies.

References

1. Barbashova, I., Bakhmat, N., Marynchenko, I., Ponomarova, M., Holinska, T. (2023). *Neurotechnologies and artificial intelligence in forming the professional culture of pedagogical field specialists*, Ad Alta: Journal of interdisciplinary research, **13** (2), 74-81. <http://surl.li/ldodxb>
2. Glazkova, I., Khatuntseva, S., Yaroshchuk, L. (2020). *Professional Pedagogical Culture: Historical Culturological Aspect*, Revista Romaneasca Pentru Educatie Multidimensionala, **12** (3), 144-161. <https://doi.org/10.18662/rrem/12.3/314>
3. Kosovets, O., Kovtoniuk, M., Soia, O., Koval, D. (2024). *Integration of digital technologies in modeling the educational environment of a bachelor in the conditions of martial law*, Proceedings of International Conference on Applied Innovation in IT, **12** (1), 51-57. <https://doi.org/10.25673/115641/>
4. Kravchenko, L., Vynnychuk, R., Ilchenko, O., Lytvynenko, A., Kulyk, Ye., Palekha, O., Sukhovii, N. (2024). *Professional culture of future specialists within the framework of ukraine's sustainable development concept*, Brazilian Journal of Education, Technology and Society (BRAJETS), **17** (1), 42-53. <http://dx.doi.org/10.14571/brajets.v17.nse1.42-53>
5. Pankiv, L., Bodrova, T., Borshchenko, N., Chabaiovska, M., Ihnatenko, N. (2023). *Theoretical bases of professional culture of future specialists in accordance with global challenges of the information society*, Amazonia Investiga, **12** (61), 17-25. <https://doi.org/10.34069/AI/2023.61.01.2>
6. Bosniuk, V. F. (2020). *Mathematical methods in psychology: a course of lectures: A Multimedia training edition*, NUTsZU, Kharkiv. [in Ukrainian]
7. Honcharenko, S. U. (1997). *Ukrainian Pedagogical Dictionary: A Textbook*, Lybid, Kyiv. [in Ukrainian]
8. Huberskyi, L. V., Andrushchenko, V. P., Mykhalchenko, M. I. (2002). *Culture. Ideology. Personality: methodological and ideological analysis*, Znannia Ukrainy, Kyiv. [in Ukrainian]
9. Dembitska, S., Kobylinska, I. (2018). *Formation of pedagogical culture of engineering specialists*, Pedagogika bezpeky, **1**, 51-56. [in Ukrainian]
10. Zinchenko, H. (2015). *Mathematical Culture as an Innovative Component of the Future Mathematics Teacher's Professional Competence*, Pedagogichni nauky, **64**, 88-95. [in Ukrainian]
11. Kaid, N. O., Pasyk-Kosarieva, N. O., Rozum, A. P. (2021). *Methodological culture of a university teacher as a component of his professional and pedagogical culture: problem statement*, Naukovi zapysky, Serii: Pedagogichni nauky, **194**, 208-213. [in Ukrainian]
12. Kovtoniuk, M. (2024). *Formation of mathematical culture of bachelors of mathematics in the conditions of mixed form of education*, Innovatsiina pedahohika KhKhI stolittia: novi kompetentnosti vykladacha zakladu vyshchoi osvity, VDPU, Vinnytsia, 52-56. [in Ukrainian]
13. Kovtoniuk, M. M., Klimishyna, A. Ya., Leonova, I. M., Soia, O. M. (2023). *Workshop on differential calculus of a function of many variables*, VNTU, Vinnytsia. [in Ukrainian]. <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/812/>
14. Kovtoniuk, M. M., Kosovets, O. P., Soia, O. M., Leonova, I. M. (2023). *Architecture of digital technologies in the educational environment of the teacher as a transfer of innovations to the economic space of the state*. Suchasni informatsiini tekhnolohii ta innovatsiini metodyky navchannia u pidhotovtsi fakhivtsiv: metodolohiia, teoriia, dosvid, problemy, TOV «Druk plus», Vinnytsia, **68**, 93-106. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2023-68-93-106>
15. Kovtoniuk, M., Soia, O., Turzhanska, O., Kosovets, O., Leonova, I. (2024). *A Study Guide as an Element of the Educational Space of a Bachelor of Mathematics in Blended Learning in Ukraine*, Mathematics, informatics, physics: science and education, **1** (1), 75-88. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31652/3041-1955-2024-01-04>
16. Lodatko, Ye. O. (2012). *Mathematical culture of primary school teacher as a basis of professional worldview*, ITM*plus – 2012, VVP «Mriia» TOV, Sumy, 162. [in Ukrainian]
17. Maksymovych, O. M. (2000). *Modern aspects of mathematical thinking of a personality*, Zbirnyk naukovykh prats: filosofii, sotsiologii, psykholohii, Ivano-Frankivsk, **5**, 125-129. [in Ukrainian]
18. Mykhalin, H. O. (2003). *Professional training of a mathematics teacher in the process of teaching mathematical analysis: monograph*, NPU imeni M. P. Drahomanova, Kyiv. [in Ukrainian]
19. Mukhina, O. M. (2013). *Formation of professional culture of mathematics teachers. From the history of the Chergigov Higher School*, Naukovi zapysky kafedry pedahohiky, Kharkiv, **31**, 169-174. [in Ukrainian]
20. Palshkova, I. O. (2009). *Formation of Professional and Pedagogical Culture of Future Primary School Teacher: Practice-Oriented Approach: Thesis ... Doctor of Pedagogical Sciences: 13.00.04*, Odesa. [in Ukrainian]
21. Ziazun I. A., Kramushchenko L. V., Kryvonos I. F., et al. (2004). *Pedagogical excellence: textbook / Ed. By I. A. Ziazun, Vyshcha shkola, Kyiv. [in Ukrainian]*

22. Soia, O. M., Kovtoniuk, M. M. (2015). *Methods of forming a culture of independent work of future mathematics teachers* : textbook, TOV «Kalynivska drukarnia», Kalynivka. [in Ukrainian]

23. Spirina, T. P. (2009). *Formation of professional culture of future social pedagogues in the educational process of a higher educational institution*: Thesis ... PhD of Pedagogical Sciences: 13.00.04, Zhytomyr. [in Ukrainian]

24. Chernonkov, Ya. O. (2006). *Formation of professional culture of the future foreign language teacher*: Thesis ... PhD of Pedagogical Sciences: 13.00.04, Kirovohrad. [in Ukrainian]

Про авторів / About the authors

Мар'яна Ковтонюк, доктор педагогічних наук, професор, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Mariana Kovtoniuk, Doctor of Sciences in Pedagogy, Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Олена Соя, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра математики та інформатики, Вінницький державний педагогічний університет, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Olena Soia, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Mathematics and Informatics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 03.09.2024
Доопрацьовано / Revised 05.10.2024

УДК 378.016:[373.5.091.33:004]:51

Підготовка майбутніх учителів математики до застосування цифрових технологій в освітньому процесі закладів загальної середньої освіти

Олег Коношевський

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
oleh.konoshevskiy@vspu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-8408-1829>

Анотація. У статті розглядаються проблеми цифрової освітньої компетентності майбутніх учителів математики в зв'язку з необхідністю підвищення якості навчання з математики (алгебра і початки аналізу, геометрія) у ЗЗСО та відповідно до технологічних вимог часу. Автором статті конкретизуються педагогічні завдання підготовки майбутнього вчителя математики до застосування цифрових технологій в освітньому процесі ЗЗСО стосовно професійних компетентностей майбутнього вчителя. Обґрунтовується необхідність розширення спектру методичних знань та навичок майбутніх учителів математики в аспекті застосування профільного математичного програмного забезпечення та створення освітніх цифрових матеріалів.

Ключові слова: майбутні вчителі математики, математика, заклади загальної середньої освіти, педагогічна освіта, цифрові технології.

1. Вступ

Сучасна педагогічна освіта характеризується високою потребою в актуальних та випереджальних компетентностях майбутніх учителів математики. Професіоналізм сучасного вчителя математики визначається не тільки знанням змісту дисциплін, що викладаються, вміннями застосовувати всі аспекти приватних дидактик, професійним покликанням, а й відповідністю його компетентностей до вимог часу, серед яких виділяється наростаючий тренд цифровізації освіти, переведення все більшої кількості педагогічних дій у формат, опосередкований цифровими технологіями. Крім цього, епідемічна ситуація, війна між росією і Україною, нині також стала рушієм цифровізації освіти, реалізовувати яку часто доводиться в дистанційному режимі. Крім того, контактна очна робота педагога в класі в сучасних умовах, особливо з таких дисциплін, як математика (алгебра і початки аналізу, геометрія), включає постійно зростаючу масову частку цифрових технологій, що визначається не лише власне технічними можливостями, а й трансформацією навчальної поведінки учнів, які легше сприймають

матеріал, що подається за допомогою звичних їм комп'ютерних засобів, гаджетів і цифрових носіїв.

Важливість включення цифрових засобів у навчання математики у ЗЗСО відзначали українські педагоги, які досліджували цей процес, серед яких В. Биков, В. Глазова, В. Гриньова, О. Жерновникова, Н. Кайдан, Л. Лебедик, М. Лещенко, П. Матюшко, О. Овчарук, М. Попель, В. Ребрина, О. Романовський, О. Стрижак, М. Шишкіна, Л. Штефан, Т. Шроль, В. Фазан та ін., які визначили коло можливостей впровадження цифрових технологій у навчання математики в ЗЗСО. Цифровізація навчання математики – важлива умова підвищення якості засвоєння навчального матеріалу.

2. Постановка проблеми

Аналіз наявних досліджень показує, що нині створені сприятливі передумови для технологізації української освіти, формування предметно-інформаційних компетентностей у майбутніх учителів математики, розвитку їхньої цифрової грамотності, медіа-компетентності та ін. Швидкі темпи інформатизації освіти зумовлюють необхідність формування в майбутніх учителів математики високого рівня цифрової компетентності, що дозволить їм ефективно розв'язувати професійні завдання.

Отже, питання розробки та використання в освітньому процесі цифрових технологій є важливим, актуальним і перспективним.

Мета статті – описати особливості розробки та застосування сучасних цифрових технологій у практичній підготовці майбутніх учителів математики.

3. Результати досліджень

У проєкті Концепції Цифрової адженди України – 2020 зазначено, що цифровізація має стати об'єктом фокусного та комплексного державного управління. Про потребу у розвитку «електронного навчання і формування цифрової компетентності учасників освітнього процесу» зазначається й у наказі Міністерства освіти і науки України «Про затвердження Положення про Національну освітню електронну платформу» (2018) [7].

У сучасних Державних освітніх стандартах педагогічної освіти застосуванню цифрових технологій в освітньому процесі приділено достатньо уваги. Так, в освітній програмі Вінницького педагогічного державного університету імені Михайла Коцюбинського СЕРЕДНЯ ОСВІТА. МАТЕМАТИКА, ІНФОРМАТИКА. першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за предметною спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) присутня професійна компетенція, яка здатна реалізовувати освітні програми різних рівнів відповідно до сучасних методик і технологій, у тому числі цифрових, для забезпечення якості освітнього процесу. Однак, як можна помітити, формулювання цифрової компетентності є досить абстрактним, що потребує її конкретизації для визначення педагогічних завдань підготовки майбутнього вчителя математики до застосування цифрових технологій в освітньому процесі ЗЗСО.

Підтримуємо погляди О. Овчарук про те, що «формування цифрової компетентності вчителя передбачає використання новітніх цифрових засобів, вміння створювати відповідне середовище для своїх учнів, знати шляхи та засоби безпечного поводження в мережі інтернет, а також уміти захищати особисту інформацію у цифровому просторі. Також дані навички мають доповнюватися такими якостями, як критичне мислення, медіаграмотність, комунікаційні навички тощо» [6].

Ми суголосні з думкою науковців Р. Гуревича, М. Кадемії, Н. Опушко, які стверджують, що «цифровізація системи освіти нині є сповним реальним процесом. Цей

феномен практично ні в кого вже не викликає сумнівів. Така ситуація вбагатьох педагогів, управлінців і чиновників освіти створює ілюзію, що цифровізація – це майже панацея від усіх «бід», що нині переживає суспільство. Інакше кажучи, вона розглядається як умова та спосіб вирішення всіх без виключення актуальних проблем освіти та навчання. З нашої ж точки зору, цифровізація, що є однією з ключових реалій життєдіяльності сучасної людини, а також соціально-економічного й інформаційно-технологічного стану виробничих і культурно-освітніх відносин у суспільстві, призводить поки що переважно до загострення наявних суперечностей в освіті, насамперед, між «репродуктивною» та «продуктивною» стратегіями (напрямами) її модернізації» [3, с. 32].

Сучасна педагогічна освіта характеризується високою потребою в актуальних та випереджальних компетентностях майбутніх учителів математики. Професіоналізм сучасного вчителя математики визначається не тільки знаннями змісту дисциплін, що викладаються, вміннями застосовувати всі аспекти приватних дидактик, професійним покликанням, а також відповідністю його компетентностей до вимог часу, серед яких виділяється наростаючий тренд цифровізації освіти, переведення все більшої кількості педагогічних дій у формат, опосередкований цифровими технологіями. Крім цього, епідемічна ситуація нині також стала двигуном цифровізації освіти, реалізовувати, яку часто доводиться в дистанційному режимі.

Як слушно зазначають дослідники Р. Гуревич, Л. Коношевський, Н. Опушко «до найближчих перспектив розвитку цифровізації у вітчизняній системі освіти варто віднести три визначальні напрями: по-перше, це оснащення закладів освіти якісним програмним забезпеченням, інформаційними системами, що забезпечують доступ до освітніх ресурсів; по-друге, це впровадження інформаційних (дистанційних) технологій, що передбачають опосередковану взаємодію здобувача освіти та педагогічного працівника; і, по-третє, онлайн-навчання (e-learning), що дозволяє організувати освітню діяльність та онлайн-взаємодію студента та викладача. Безумовно, розвиток цифровізації змінюватиме вимоги до здобувачів освіти, стимулюватиме становлення нових організаційних освітніх структур. Розгортання цифрових освітніх форматів передбачає разом із тим і комплексні зміни в архітектурі освіти, неминучі зміни звичних форм та методів навчання» [4, с. 38].

«Незважаючи на те, – зазначають дослідники І. Шищенко, Т. Лукашова, М. Друшляк, Л. Скасків, що при доведенні математичних тверджень цифрові технології відіграють роль допоміжного інструмента, а їх використання, взагалі кажучи, не вписується в загальноприйняті уявлення про класичні математичні доведення, у деяких випадках вони можуть стати справжньою знахідкою для створення нових нерівностей або ключем до пошуку доведення заданих нерівностей. Педагоги вбачають, що перспективними є можливості використання цифрових технологій для доведення нерівностей у наступних напрямках:

- знаходження сум і добутків членів послідовностей;
- побудови графіків функцій з метою визначення їх найбільших та найменших значень;
- оцінки площ криволінійних трапецій» [9].

Науковиці О. Семеніхіна, М. Друшляк, Ю. Хворостіна пропонують студентам на практичних та семінарських заняттях використовувати власні мобільні пристрої і такі сервіси, як онлайн-калькулятори, програму динамічної математики GeoGebra, чат-бот зі штучним інтелектом ChatGPT [1; 8].

Потрібно зазначити, що процес цифрової трансформації освіти пов'язаний із низкою проблем. Основною з яких, на думку автора статті, є досягнення якості освіти. Справді, цифровізація освіти має бути перш за все націлена на чіткий завершальний результат: підвищення якості освіти. Отже, для розв'язання вищевикладеної проблеми необхідно не просто оцифрувати освітній процес, а й суттєво модернізувати всі рівні освіти.

Крім кардинальних інноваційних технологічних змін, одним із чинників, що впливають на глобальні зміни в освітній політиці, є зміна поколінь.

Справді, останні дослідження у цій сфері виокремлюють нове покоління «Альфа», яке характеризується низкою особливостей. До них відносять: кліпове мислення, сформоване постійною взаємодією з соціальними мережами тощо, високий рівень візуальності сприйняття, невисокий рівень концентрації уваги, індивідуалізм.

Це покоління учнів, digital natives, практично не сприймає традиційні форми навчання, вимагаючи розвитку та впровадження інноваційних форм, технологій та засобів навчання, безпосередньо пов'язаних із можливостями сучасних цифрових технологій. Нині робота в цьому напрямку ведеться активно, на державному рівні створено необхідну нормативну базу, введено в дію пріоритетні національні проекти.

Процес інформатизації освіти торкнувся всіх рівнів освіти, сприяв впровадженню сучасних цифрових технологій у сферу освіти. Практично повсюдно використовуються електронні журнали та їх аналоги (у вищій школі), впроваджуються автоматизовані системи адміністрування й управління, активно розвивається цифрове освітнє середовище.

Варто зазначити, що пандемія коронавірусу сприяла терміновому переходу освітнього процесу на онлайн. Отже, відбулася мимовільна інтенсифікація всіх освітніх процесів, виявивши слабкі місця сучасної системи освіти.

Сучасні учні народилися в світі, насиченому інформаційними цифровими технологіями. Використання цих технологій під час навчання математики є природним для них, і виключити ці засоби – значить відокремити їх навчальний досвід від життєвого.

Однією з цілей підготовки вчителів до майбутньої професійної діяльності є забезпечення того, щоб їхні знання включали технології, які будуть звичайними для майбутнього покоління учнів, які вивчають математику, забезпечуючи тим самим, щоб люди завтрашнього дня відчували гармонію між світом математичних знань і світом, в якому вони живуть.

Впровадження цифрових технологій в освітній процес освоєння математичних дисциплін забезпечує надання інструментів дослідження абстрактних образів та понять; інструментів моделювання об'єктів, що вивчаються, явищ як реальної навколишньої дійсності, так і тих, які в реальності невідтворювані.

Підготовка майбутніх учителів математики до використання цифрових технологій є одним із найважливіших питань, що стоять перед нинішніми програмами педагогічної освіти, що відзначається багатьма авторами та стає предметом дискусій на численних конференціях. Належне та комплексне використання цифрових технологій впливає на кожен аспект навчання математики в ЗЗСО: на зміст навчання та методику викладання, а також на освітній результат.

Аналіз результатів теоретичних досліджень П. Мулеси дозволив дійти таких висновків: «Нині професійний рівень фахівця залежать, насамперед, від здатності планувати та представляти результати самостійних дій. Це потребує відповідної переорієнтації самостійної роботи тих, хто навчається, з традиційної (виконати домашнє завдання, підготувати доповідь, виступити на семінарі тощо) на розвиток внутрішньої та зовнішньої самоорганізації майбутнього фахівця активно перетворюючого ставлення до

одержаної інформації, здатного будувати індивідуальну траєкторію самостійного навчання і саморозвитку.

В цих умовах на перший план у підготовці вчителів висувається цілеспрямована робота із навчання самонавчання. Найбільшого поширення в самоосвітній діяльності знайшли: пошук необхідної інформації в мережі інтернет; перегляд відеоуроків; прослуховування підкастів; вебінари; веб-тренінги; курси на відкритих освітніх ресурсах. Особливого поширення набули відкриті освітні платформи, на яких пропонується значна кількість навчальних курсів, у тому числі з опанування засобів віртуальної наочності [5, с. 29].

Сучасна математика в ЗЗСО – це дисципліна, що динамічно розвивається і знаходиться на передньому краї руху за інтенсифікацію трансформації приватних дидактик у напрямку впровадження цифрових технологій.

Деякі дослідники ще десятиліття тому зазначали, що зміни в математиці, викликані комп'ютерами та калькуляторами, настільки глибокі, що вимагають коригування балансу та підходу практично до всіх тем шкільної математики. Майбутні вчителі математики повинні бути добре обізнані з питань застосування цифрових технологій навчання. Тому, як наголошується в окремих роботах, використання комп'ютерів в освітніх цілях все ще відстає від рівня застосування цифрових технологій у більшості професійних сфер. Один із способів закрити цю прогалину та забезпечити високу якість математичної освіти – це підготувати майбутніх учителів математики до використання таких навчальних засобів, як графічні калькулятори та комп'ютери, у їхній майбутній практиці.

Нині в професійній освіті майбутніх учителів математики в окремих ЗВО фрагментарно зустрічаються досить вузькоспеціалізовані теми, присвячені можливостям застосування в освітньому процесі графічних калькуляторів та подібного обладнання, але загалом за системою педагогічної освіти вони ще не поширені. Зі зростанням вимог, що висуваються до програми підготовки вчителів Державним освітнім стандартом, які стали спільними для всієї освіти, дидактика математичної освіти має вдосконалюватися.

Цифровізація – це реалізація можливостей цифрових технологій у процесі: забезпечення автоматизації процесів: отримання освітнього контенту в електронній формі та методичних консультацій щодо його освоєння адекватно індивідуальним можливостям учня; індивідуалізованого контролю результатів навчання з наданням методичних коментарів в електронному вигляді щодо виправлення помилкових дій учня; ідентифікації особи учня, у тому числі в умовах віддаленого доступу; спільного створення цифрового освітнього ресурсу групою розробників за умов віддаленого доступу.

Досліджуючи процес формування здатності майбутнього педагогічного працівника використовувати цифрові технології в професійній діяльності, Р. Гуревич, Г. Гордійчук, Л. Коношевський прийшли до висновку, що першим етапом на сходах ІКТ-компетентності може бути оволодіння комп'ютерною грамотністю, на якому майбутні фахівці навчаються користуватися комп'ютерною технікою та мережею інтернет. І вже використання цих знань та вмінь у своїй професійній діяльності може бути показником ІКТ-компетентності. На думку дослідників, індикаторами інформаційно-комунікаційної компетентності є: наявність загальних уявлень у сфері ІКТ; наявність уявлень про електронні освітні ресурси; володіння інтерфейсом операційної системи; наявність загальних уявлень у сфері мультимедіа; володіння навичками користувача офісних технологій у контексті підготовки дидактичних засобів із наочної галузі та робочих документів; володіння технікою підготовки графічних ілюстрацій; володіння базовими інтернет-сервісами і технологіями та основами технологій побудови веб-сайтів [2].

Сучасний учитель математики повинен вміти користуватися математичним програмним забезпеченням, таким як система комп'ютерної алгебри (CAS), PTC Mathcad

тощо. Бажано, щоб сучасні вчителі математики мали досвід використання графічних калькуляторів у різних розділах курсів математики (алгебра і початки аналізу, геометрія), могли створювати навчальні цифрові матеріали, до прикладу, презентації, відео-уроки тощо. Однак у сучасній системі педагогічної освіти лише мала частина часу освоєння освітньої програми майбутнього вчителя математики витрачається на підготовку до використання цифрових технологій. Найчастіше майбутніх учителів математики знайомлять із використанням таких програмних продуктів, GRAN: GRAN-1, GRAN-2D, GRAN- 3D; EUREKA; DERIVE тощо.

Крім навчання використанню цифрових технологій особлива увага має приділятися педагогічним питанням, пов'язаним із дидактичним інструментарієм, зокрема тому, як і коли правильно використовувати цифрові технології на заняттях з математики. Важливо сформуванню у майбутнього вчителя математики розуміння неприпустимості зловживання цифровими технологіями, це сприяє зниженню якості навчання. Важливо обговорити зі студентами використання та переваги наявного математичного програмного забезпечення та застосування гаджетів для вивчення різних тем дисципліни.

Характерно, що програмне забезпечення, яке вивчається в деяких українських ЗВО, на зразок вище згаданих, спочатку не адаптоване для навчального цільового призначення, і вимагає спеціальної підготовки майбутніх учителів математики до застосування в освітньому процесі. Як правило, нині в системі педагогічної освіти використання цих програм розглядається як факультативне та рекомендується під час роботи з математично обдарованими учнями, в зв'язку з чим у приватну дидактику математичних дисциплін спеціальні знання, вміння та навички роботи з подібним програмним забезпеченням входять вкрай фрагментарно. Найчастіше у практиці педагогічних ЗВО нині зустрічається звернення до загальнодоступних методичних ресурсів, що надає можливість застосування методичних матеріалів і готових дидактичних рішень, таких як різноманітні «алгебраїчні тренажери».

Переважає більшість викладачів використовує у роботі традиційні лекції, які, як відомо, мають найнижчий відсоток ефективності. Водночас варто відзначити досить велику кількість чатів і форумів в електронному середовищі, призначених для організації зворотного зв'язку. Крім того, активно використовуються в роботі електронні підручники та презентації, розроблені особисто викладачами. Варто зауважити, що практично кожен електронний підручник містить електронні тести, водночас теоретичний матеріал у всіх підручниках представлений у традиційному форматі, найчастіше це просто оцифрована версія традиційного підручника.

Останнім часом значно побільшала кількість віртуальних лабораторій, класів.

Викладачі профільних дисциплін в умовах відсутності та нестачі обладнання все частіше вдаються до віртуальних лабораторій. Також необхідно звернути увагу на невеликий приріст кількості навчальних відеороликів, записаних особисто викладачами, що пов'язано з використанням у роботі можливостей Zoom, Skype, Google Meet, Microsoft Teams, Intermedia AnyMeeting, Webex, RingCentral, GoToMeeting та ін.

Останнім часом відзначається зростання кількості електронних освітніх ресурсів, пов'язаних із використанням інтерактивних технологій. Насамперед це онлайн-дошки, широкий функціонал яких надає викладачеві практично необмежене поле для творчості, сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів, сприяє формуванню соціально значимих, цифрових і професійних компетенцій.

Одним із найбільш ефективних інструментів підвищення якості освіти заслужено вважаються навчальні засоби на основі ігор.

Гейміфікація передбачає навчання в процесі гри, коли ігрові правила використовують для досягнення реальних цілей. Іншими словами, за рахунок гри робляться нудні завдання цікавими, небажане – бажаним, а складне – простим. Сам

термін виник у 2000-х, хоча елементи ігрового навчання використовувалися давно. Гейміфікація – використання ігрових методів, технологій та механізмів в освіті. Головна перевага подібних засобів – підтримка інтересу в учнів, як наслідок – висока ефективність навчання.

Бурхливий розвиток технологій віртуальної та доповненої реальності не міг не позначитися на сфері освіти. В усьому світі зараз йдуть активні процеси впровадження цих технологій в освітній процес.

В основі навчання з застосуванням віртуальної реальності лежать імерсійні технології – віртуальне розширення реальності, що дозволяє краще сприймати та розуміти навколишню дійсність. Термін імерсійна освіта «Immersive teaching» (immersive learning, immersive education) вперше з'явився у зарубіжній літературі. Він описує вивчення та консолідацію потенціалу так званих «віртуальних світів» в освітньому середовищі. За останні кілька років «віртуальність» у сфері освіти було визнано потужним та ефективним інструментом підтримки навчання.

До основних переваг імерсійного підходу слід віднести: наочність, зосередженість, залучення, безпеку й ефективність. Отже, доведена ефективність (понад 10% порівняно з традиційними) імерсійних технологій роблять інструменти імерсійного навчання найбільш привабливими для досягнення високої якості освіти.

З метою вивчення ступеня використання цифрових додатків та ступеня зацікавленості студентів у використанні цифрових технологій у майбутній професійній діяльності було проведено анонімне онлайн-опитування на тему «Цифрові технології в підготовці майбутнього вчителя математики», створене із використанням сервісу Google Forms. Під час опитування респондентів також просили висловити свої пропозиції щодо підвищення ефективності професійної освіти з використанням цифрових сервісів. Узагальнивши думки студентів, основні напрями вдосконалення підготовки майбутніх учителів математики з використанням цифрових технологій були схарактеризовані наступним чином:

–поєднання традиційного й онлайн-навчання або елементів дистанційного навчання в контексті професійної освіти та навчання;

–створення змішаної системи навчання з використанням веб-квестів, сервісів Google (Blogger, Google Classroom, Google Docs, Google Sites, YouTube та ін.), месенджерів (Viber, Facebook Messenger, Telegram, WhatsApp та ін.), електронних підручників, мультимедійні презентації, навчальні відеоролики;

–розвиток критичного і творчого мислення, пізнавальної мотивації, активне залучення в освітній процес із використанням цифрових сервісів;

–оптимізація самостійної роботи студентів за рахунок мобільності, гнучкості та доступності цифрових технологій.

В опитуванні взяли участь 85 студентів бакалаврату спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика). Під час опитування було вивчено думку майбутніх учителів математики щодо їхнього ставлення до використання цифрових технологій в освітньому процесі. Аналіз результатів опитування показав, що переважна більшість 80 (94,12%) студенти вважають, що сучасний учитель математики повинен бути медіа-грамотним і мати високий рівень цифрової компетентності. На запитання «Чи вважаєте ви, що використання цифрових додатків підвищує ефективність навчального процесу, сприяє активізації уваги й інтересу до навчання?» значна кількість 73 (85,88%) респондентів відповіли ствердно, але 11 (12,94%) осіб не вважають, що це є особливо актуальним.

Також цікаво дізнатися думку студентів щодо різноманітності цифрових технологій, які, на їхню думку, сприяють удосконаленню викладання дисциплін. Отже, переваги студентів розділилися: 73 (85,88%) респондентів хотіли б частіше бачити лекції у вигляді мультимедійних презентацій, 55 (64,7%) особи хотіли б більше брати участь в

онлайн-опитуваннях та анкетуванні, 53 (62,35%) студент віддає перевагу онлайн-сервісу YouTube, освітні веб-квести 44 (51,76%) осіб та різні освітні сайти 42 (49,41%) студенти. У результаті було встановлено, що для більшості опитаних студентів використання цифрових технологій у контексті викладання дисциплін є необхідним і достатньо ефективним процесом, здатним підвищити навчальну мотивацію учнів, претендентів на здобуття вищої освіти, розвивати у них педагогічне мислення, прагнення постійно підвищувати свій професійний рівень і творчий потенціал.

Висновки. Перелічені компетентні особливості роботи сучасного вчителя математики в умовах наростаючої цифровізації навчання повинні стати основою вдосконалення професійної підготовки майбутніх учителів математики. Змістові та методичні складові профільної освіти майбутніх учителів, спроектовані у відповідні дисципліни повинні включати все більші масові частки актуального та випереджувального контенту, здатного забезпечити високу якість підготовки майбутніх учителів математики до роботи в умовах інтенсивного застосування цифрових технологій.

Проведене дослідження не вичерпує всіх аспектів поставленої проблеми. Додаткового обґрунтування потребують питання вивчення особливостей використання комп'ютерних освітніх програм на уроках математики, формування математичних умінь учнів за допомогою цифрових технологій, вивчення шляхів використання певних видів цифрових додатків із метою підготовки таких фахівців; з'ясування впливу використання цифрового освітнього середовища на розвиток цифрової культури майбутніх фахівців. Перспективними напрямками досліджень вважаємо вивчення синергетичного потенціалу застосування цифрових технологій навчання математики, більш детальний аналіз методичних функцій конкретних цифрових інструментів. Потрібно скеровувати зусилля науковців, методистів, творчих учителів-практиків, студентів на створення українського високоякісного математичного й дидактичного контенту на цифровій основі, оригінальних засобів візуалізації та інтерактивізації вивчення математики в ЗЗСО, е-платформ для самоосвіти, самооцінювання та саморозвитку в галузі математики та її застосувань. Важливими є теоретичні та практичні виклики, які стоять перед системою безперервної освіти вчителів математики, перед закладами вищої педагогічної освіти щодо підготовки майбутнього вчителя математики до повноцінної професійної діяльності в умовах цифрової епохи.

Конфлікт інтересів і етика. Автор заявляє, що не має конфліктів інтересів. Автор також заявляє про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та згоди на публікацію.

Подяки. Автор висловлює вдячність факультету математики, фізики і комп'ютерних наук Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського, який надав допомогу в написанні та перевірці статті. Автор заявляє про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Semenikhina O., Drushlyak M. Organization of Experimental Computing in GeoGebra 5.0 in Solving Problems of Probability Theory. *European Journal of Contemporary Education*. 2015. Vol. 11 (1). P. 82–90. DOI: <http://dx.doi.org/10.13187/ejced.2015.11.82>
2. Гуревич Р. С., Гордійчук Г. Б., Коношевський Л. Л., Коношевський О. Л., Шестопап О. В. Освітнє середовище для підготовки майбутніх педагогів засобами ІКТ: [монографія]; за ред. проф. Р. С. Гуревича. Вінниця: ФОП Рогальська І. О., 2011. 348 с.
3. Гуревич Р. С., Кадемія М. Ю., Опушко Н. Р., Ільніцька Т. С., Плахотнюк Г. М. Роль цифрових технологій навчання в епоху цивілізаційних змін. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні*

методики навчання в підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: збірник наукових праць. 2021. Вип. 62. С. 28-38. DOI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-62-28-38>

4. Гуревич Р., Коношевський Л., Опущко Н. Цифровізація освіти сучасного суспільства: проблеми, досвід, перспективи. *Освітологічний дискурс*. 2022. № 3-4 (38-39). С. 22-46. DOI: <https://doi.org/10.28925/2312-5829.2022.342>

5. Мулеса П. Підготовка майбутніх учителів математики та інформатики до використання засобів віртуальної наочності у професійній діяльності: обґрунтування організаційних умов. *Освіта. Інноватика. Практика*. 2023. Т. 11, № 2. С. 25-30. DOI: <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i2-004>

6. Овчарук О. Цифрова компетентність учителя: міжнародні тенденції та рамки. *Нова педагогічна думка*. 2019. Т. 100, № 4. С.52-55. DOI: <https://doi.org/10.37026/2520-6427-2019-100-4-52-55>

7. Про затвердження Положення про Національну освітню електронну платформу: наказ № 523 від 22 травня 2018 р. / Міністерство освіти і науки України. URL: <https://ips.ligazakon.net/document/RE32154?an=103/>

8. Семеніхіна О. В., Друшляк М. Г., Хворостіна Ю. В. Використання хмарного сервісу GeoGebra у навчанні майбутніх вчителів природничо-математичних дисциплін. *Інформаційні технології і засоби навчання*. 2019. Т. 73, № 5. С. 48-66. DOI: <http://dx.doi.org/10.33407/itlt.v73i5.2500>

9. Шищенко І. В., Лукашова Т. Д., Друшляк М. Г., Скасків Л. В. Розвиток інформаційно-цифрової компетентності майбутніх учителів математики при вивченні окремих розділів олімпіадної математики. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2024. Випуск 212. С. 141-148. DOI: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-212-141-148>

UDC 378.016:[373.5.091.33:004]:51

Training of future teachers of mathematics to the application of digital technologies in the educational process of general secondary education institutions

Oleh Konoshevskiyi

Abstract. The article examines the problems of digital educational competence of future teachers of mathematics in connection with the need to improve the quality of teaching in mathematics (algebra and beginnings of analysis, geometry) in ZZSO and in accordance with the technological requirements of the time. The author of the article specifies the pedagogical tasks of preparing the future teacher of mathematics for the use of digital technologies in the educational process of SEN in relation to the professional competencies of the future teacher. The need to expand the range of methodological knowledge and skills of future mathematics teachers in the aspect of using specialized mathematical software and creating educational digital materials is substantiated.

Keywords: future teachers of mathematics, mathematics, institutions of general secondary education, teacher education, digital technologies.

References

1. Semenikhina, O., Drushlyak, M. (2015). *Organization of Experimental Computing in GeoGebra 5.0 in Solving Problems of Probability Theory*, European Journal of Contemporary Education, **11** (1), 82-90. <http://dx.doi.org/10.13187/ejced.2015.11.82>

2. Gurevich, R. S., Gordiychuk, G. B., Konoshevskiyi, LL., Konoshevskiyi, O. L., Shestopal, O. V. (2011). *Educational environment for training future teachers by means of ICT*: [monograph]; under the editorship Prof. R. S. Gurevich, FOP Rogalska I. O., Vinnytsia. [in Ukrainian]

3. Gurevich, R. S., Kademiya, M. Yu., Opushko, N. R., Ilnitska, T. S., Plahotniuk, G. M. (2021). *The role of digital learning technologies in the era of civilizational changes*, Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems: a collection of scientific works, **62**, 28–38. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2021-62-28-38>

4. Gurevich, R., Konoshevskiyi, L., Opushko, N. (2022). *Digitization of education in modern society: problems, experience, prospects*, Educational discourse, **3-4** (38-39), 22-46. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.28925/2312-5829.2022.342>

5. Mulesa, P. (2023). *Preparation of future teachers of mathematics and informatics to use virtual visualization tools in professional activities: substantiation of organizational conditions*, Education. Innovation. Practice, **11** (2), 25-30. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31110/2616-650X-vol11i2-004>

6. Ovcharuk, O. (2019). *Digital competence of the teacher: international trends and frameworks*, New pedagogical thought, **100** (4), 52-55. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.37026/2520-6427-2019-100-4-52-55>

7. *On the approval of the Regulation on the National Educational Electronic Platform*: Order N. 523 of May 22, 2018 / Ministry of Education and Science of Ukraine. [in Ukrainian]. <https://ips.ligazakon.net/document/RE32154?an=103>

8. Semenikhina, O. V., Drushlyak, M. G., Hvorostina, Yu. V. (2019). *Using the GeoGebra cloud service in teaching future teachers of science and mathematics*, Information technologies and teaching aids, **73** (5), 48-66. [in Ukrainian]. <http://dx.doi.org/10.33407/itlt.v73i5.2500>

9. Shyshenko, I.V., Lukashova, T. D., Drushlyak, M.G., Skaskiv, L.V. (2024). *Development of informational and digital competence of future mathematics teachers when studying certain sections of Olympiad mathematics*, Proceedings. Series: Pedagogical sciences, **212**, 141-148. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-212-141-148>

Про авторів / About the authors

Олег Коношевський, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Oleh Konoshevskiy, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskiy State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 03.09.2024
Доопрацьовано / Revised 06.10.2024

УДК 378.016:004

Зміст та структура курсу методики викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти

Надія Олефіренко¹, Юрій Гонтар²

¹ Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди,
кафедра інформатики, м. Харків, Україна
nadiia.olefirenko@hnpu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0002-9086-0359>

² Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди,
кафедра інформатики, м. Харків, Україна
dianadem2021@meta.ua
<https://orcid.org/0009-0009-7025-8721>

Анотація. В статті розглядаються педагогічні аспекти впровадження курсу методики викладання інформатичних дисциплін в освітні програми підготовки магістрів з інформатики. Описано структуру та зміст системи цифрової компетентності громадян (DigComp), впровадженої Європейською комісією, а також її практичне застосування в освіті. Проаналізовано підходи до інформатичної підготовки здобувачів вищої освіти. Визначено принципи та специфіку інформатики як загальноосвітньої дисципліни. Запропоновано зміст курсу методики викладання інформатичних дисциплін, який розкрито через тематику двох змістових модулів.

Ключові слова: інформатика, методика викладання інформатичних дисциплін, заклад вищої освіти.

1. Вступ

Зростання ролі інформаційних технологій у сучасному цифровому світі, необхідність підготовки конкурентоспроможних фахівців, які здатні працювати із сучасним високотехнологічним обладнанням, вчасно переорієнтуватися або опанувати нові технології – все це приводить до необхідності широкого запровадження курсу інформатики в освітній процес закладів вищої освіти. На сьогодні в українській системі вищої освіти існує суперечність між зростаючими вимогами до рівня загальної і професійної цифрової компетентності майбутніх фахівців та недостатнім рівнем їхньої інформатичної підготовки. Так, майже в усіх стандартах вищої освіти та освітніх програмах задекларована необхідність формування інформатичних компетентностей, обрано 1-2 інформатичні освітні компоненти, проте зміст багатьох з них будується за зразком шкільної освіти. На наш погляд, курс інформатики для здобувачів не повинен дублювати або поглиблювати шкільний загальноосвітній курс, а має бути в першу чергу

практико- і професійно-зорієнтованим, відбивати тенденції з використання інформаційно-комунікаційних технологій, які притаманні професійній діяльності.

Майбутні викладачі повинні бути підготовлені до створення навчальних програм та методико-дидактичного забезпечення, які б відповідали сучасним вимогам ринку праці, а також забезпечували студентів необхідними знаннями та навичками. Крім того, в умовах швидкого розвитку технологій, викладачі повинні вміти адаптувати зміст курсів до нових реалій, забезпечуючи студентів актуальними знаннями.

Сучасний випускник педагогічного університету, який отримав ступінь магістра, має бути готовим до розробки або викладання загальноосвітнього курсу інформатики для майбутніх фахівців у закладах вищої освіти. Це завдання є складним і відповідальним, адже інформатика є динамічною та швидкозмінною дисципліною, яка потребує постійного оновлення знань та адаптації навчальних програм. Викладання такого курсу пов'язане з низкою труднощів, оскільки на сьогоднішній день немає усталеного змісту курсу, який би відповідав сучасним вимогам та викликам. Також існує дефіцит методичного та дидактичного забезпечення, що ускладнює процес підготовки матеріалів для викладання.

2. Постановка проблеми

Проблеми інформатичної підготовки здобувачів вищої освіти були предметом досліджень багатьох українських та зарубіжних вчених. Теоретичне підґрунтя для формування методичних засад інформатичної підготовки здобувачів закладено у багатьох працях науковців Л.Білоусової, Л.Гризун, М. Жалдак, Н. Морзе, С. Ракова, Ю. Рамського, С.Семерікова, О. Співаковського, О. Спіріна, Т.Тихонової, А.Яцишин та багатьох інших. Можна визначити такі основні напрямки наукових розвідок: формування й розвиток інформатичної компетентності, інформаційної культури (Л.Білоусова, Л.Гризун, М. Жалдак, Н. Морзе, С. Раков, Ю. Рамський, О. Співаковський, О. Спірін та ін.); застосування засобів інформаційно-комунікаційних технологій в освітньому процесі закладів вищої освіти, застосування електронних ресурсів, засобів дистанційної освіти, хмарних технологій (В. Биков, О. Колгатін, Є. Полат, І. Роберт, М. Шишкіна та ін.) тощо. Разом з тим, залишаються невизначеними проблеми підготовки дидактичного й методичного забезпечення загальноосвітнього курсу інформатики для здобувачів вищої освіти.

У таких умовах виникає гостра потреба у введенні спеціалізованого курсу «Методика навчання інформатики у вищій школі» для майбутніх магістрів, які спеціалізуються в галузях, пов'язаних з інформаційними технологіями та комп'ютерними науками. Цей курс повинен стати фундаментом для підготовки викладачів, які будуть здатні створювати та впроваджувати ефективні навчальні програми з інформатики у закладах вищої освіти.

Мета статті – визначити й висвітлити зміст курсу «Методика викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти» для майбутніх магістрів.

3. Основні результати

Незважаючи на те, що цифрові технології стали використовуватися в якості заміни інформаційно-комунікаційних технологій, поняття «цифрової освіти» не тотожне «ІТ-освіті». Цифрова освіта, на думку О. Спіріна [1] є процесом організації взаємодії здобувачів освіти з суб'єктами педагогічної та освітньої діяльності з метою досягнення очікуваних результатів навчання за допомогою засобів цифрового освітнього середовища. До таких засобів автор відносить цифрові технології управління й підтримки наукових досліджень, цифрові освітні ресурси і сервіси,

технології навчання, цифрові сліди або результати освітньої діяльності. Отже, поняття «цифрова освіта» використовується для позначення форми організації освітньої діяльності – шляхом використання цифрових технологій.

Щодо поняття ІТ-освіти та ІТ-навичок (IT-Skills), то вони зазвичай вживаються для позначення професійних компетентностей ІТ-фахівців. Наприклад, аналітики компанії Burning Glass Technologies у 2021 році основними ІТ-уміннями визнали Project Management, SQL, Software Development, Java, Python, Software Engineering, JavaScript, Linux, Scrum, Technical Support тощо [2]. ІТ-фахівці повинні знати сучасні мови програмування, розробляти алгоритми мовами програмування SQL, Java, Python, Scala, Swift, Ruby, JavaScript, Objective-C, вести «хмарні» обчислення, використовувати набір засобів розробки iOS SDK, займатися розробкою застосунків для мобільних пристроїв тощо [2]. ІТ-навичками майбутнього є такі здатності, що ґрунтуються на основі засвоєння таких знань й умінь:

- арифметичні основи електронних обчислювальних систем, систем числення, операцій з числами, логічних операцій,
- фізичні основи електронних обчислювальних систем - напівпровідники, транзистори, логічні елементи, схеми, інтегральні мікросхеми;
- теорія алгоритмів (алгоритми і структури даних; параметри алгоритмів - складність, ефективність, шляхи представлення інформації в пам'яті);
- мови програмування - рівні й типи мов програмування, об'єктно-орієнтоване програмування, абстракція, рівні абстракції, трансляція/компіляція, шаблони, принципи, парадигми програмування;
- машинне навчання і штучний інтелект;
- шифрування і кібербезпека;
- проєктний менеджмент (Project Management) і м'які навички (Soft Skills);
- консалтинг;
- управління стрімким зростанням даних Data Science;
- серверна віртуалізація (архітектура програмного забезпечення, покликана оптимізувати діяльність операційних систем) [3].

Щодо цифрової підготовки фахівців, можна орієнтуватися на документ [4], розроблений Об'єднаним дослідницьким центром (ОДЦ) Європейської Комісії. В документі представлена Система цифрової компетентності громадян, яка наразі відома як DigComp. Зазначена система вперше була оприлюднена Європейською Комісією у 2013 році. Зараз актуальною версією є DigComp 2.2, випущена у 2022 році. Система DigComp знайшла широке використання в різних галузях, зокрема, у контексті зайнятості, освіти та підготовки кадрів, неперервного навчання.

Визначені такі 5 сфер цифрової компетентності громадянина:

- Інформація та уміння працювати з даними, до якої відносяться компетенції з перегляду, пошуку і фільтрації даних та цифрового контенту, з оцінювання даних, інформації та цифрового контенту, а також управління даними, інформацією та цифровим контентом;
- Комунікація та співробітництво, яка включає вміння взаємодіяти через цифрові технології, обмінюватися інформацією та контентом за допомогою, реалізувати громадянську позиції за допомогою цифрових технологій, співробітничати за допомогою цифрових технологій, дотримуватися нетикету та управляти власною цифровою ідентичністю;
- Створення цифрового контенту, до якої відносять такі компетенції: розробка цифрового контенту, інтеграція та переробка цифрового контенту, авторське право і ліцензії а також програмування;

- Безпека, що включає такі компетенції: захист пристроїв, захист персональних даних і приватності, захист здоров'я і благополуччя, захист навколишнього середовища;
- Розв'язання проблем, до якої відносяться такі компетенції: розв'язання технічних проблем, ідентифікація потреб та технологічного супроводу, креативне використання цифрових технологій та ідентифікація прогалів у цифрових компетенціях [4].

Система DigComp 2.2 передбачає розшифровку складових кожної компетентності на початковому рівні, середньому, достатньому та просунутому.

В українській науковій літературі до поняття інформатичної компетентності підходять з різних боків і розуміють:

- інтегративне формування особистості, що включає опанування знань про основні методи інформатики та інформаційних технологій, уміння застосовувати ці знання для вирішення практичних завдань та навички ефективного користування комп'ютером і сучасними технологіями. Це також передбачає здатність представляти інформацію у зрозумілій формі для всіх, а також прагнення, здатність і готовність до ефективного використання сучасних засобів інформаційних і комп'ютерних технологій у професійній діяльності та повсякденному житті. Крім того, це включає усвідомлення важливості цього предмету та досягнення результатів у діяльності [5];
- готовність і здатність виконувати професійну діяльність в інформаційно-освітньому середовищі, стиль мислення, науковий світогляд та новий тип інтерактивного спілкування, який відповідає вимогам інформаційного суспільства [6];
- частина професійної компетентності, яка включає знання, вміння та навички в галузі інформаційно-комунікаційних технологій, а також здатність ефективно знаходити інформацію з використанням сучасних ІКТ; сприймати й аналізувати повідомлення, навіть якщо вони порушують усталені стереотипи; обробляти великі обсяги даних за допомогою комп'ютерних технологій і особистих аналітичних навичок, класифікувати та створювати нові знання; здійснювати міжособистісне спілкування і знаходити однодумців і партнерів за допомогою ІКТ [7].

Метою інформатичної підготовки здобувачів закладів вищої освіти часто визначається формування інформаційно-технологічної (інформатичної, інформаційно-комунікаційної) компетентності або формування інформаційної культури здобувача.

Формування інформаційно-технологічної компетентності пов'язано з необхідністю працювати з сучасним обладнанням та певним програмним забезпеченням. Наприклад, на думку А. Добровольської [8], серед професійних обов'язків лікаря є інформаційно-технологічна функція, що потребує специфічних умінь – умінь працювати з сучасними апаратними та програмними засобами, усвідомлено використовувати інформаційні ресурси.

У навчанні прикладному та декоративному мистецтву [9] формування готовності здобувачів до застосування інформаційно-комунікаційних технологій у майбутній професійній діяльності та вдосконалення відповідної підготовки здійснюється за трьома напрямками - використання ІКТ як об'єкту навчання, засобу навчання та засобу навчально-пошукової професійно-орієнтованої діяльності.

Разом з тим, ми цілком погоджуємося з П.В.Микитенко, який стверджує, що система інформатичної підготовки фахівців повинна виходити за межі лише ознайомлювального вивчення певних понять чи інформаційних технологій, навіть найсучасніших. Оскільки зазначене вивчення завжди обмежене пізнавальною здатністю

студентів, можливостями матеріально-технічного забезпечення освітнього процесу та часовими рамками, системна інформатична підготовка повинна забезпечувати можливість переходу від класичного накопичення знань до необхідного володіння вміннями усвідомлено застосовувати та творчо їх реалізовувати в професійній діяльності. Фахівець, який володіє сформованою ІТ-компетентністю, може гармонійно співіснувати в інформаційно та технологічно насиченому оточенні, а також ефективно реалізовувати свій інтелектуальний потенціал [10].

С. Дзус виокремив принципи реалізації цілісної системи використання інформаційно-комунікаційних технологій у процес інформатичної підготовки майбутніх учителів технологій:

- принцип новизни завдань полягає у використанні комп'ютера для вирішення навчальних завдань, які через об'єктивні причини, такі як великий обсяг інформації або значні витрати часу, наразі лише обмежено вирішуються або навіть не вирішуються зовсім;

- принцип системного підходу передбачає, що впровадження комп'ютерної техніки повинно базуватися на системному аналізі процесу навчання;

- принцип керівництва навчально-пізнавальною діяльністю студентів вимагає, щоб ефективне використання інформаційних технологій здійснювалось під наглядом керівника, який контролює впровадження програмного забезпечення у навчальний процес;

- принцип неперервного розвитку виявляється в тому, що інформаційна база для підвищення пізнавальної активності майбутніх учителів технологій постійно переглядається та оновлюється з урахуванням розвитку педагогіки, методик та вимог освітньої політики;

- принцип єдиної навчальної інформаційної бази передбачає, що на комп'ютерних носіях зберігається та постійно оновлюється інформація, необхідна для вирішення всіх навчальних завдань з активізації пізнавальної діяльності майбутніх учителів технологій [11].

Підтримуємо думку Т.В. Тихонової, яка зазначає, що в інформатичній підготовці важливо дотримуватися таких принципів:

- фундаментальність, яка полягає в навчанні загальним принципам та технологіям інтелектуальної діяльності, а не конкретним прийомам роботи з певними програмними засобами. Це забезпечує підготовку фахівців для проектування та створення інформаційних продуктів або надання інформаційних послуг. Незважаючи на швидкий розвиток і різноманітність програмних засобів, спостерігається їх поступова спеціалізація в кожній професійній сфері. Це передбачає розробку спеціальних вимог до цифрових апаратних і програмних засобів, їх функцій та можливостей, а також технологій роботи з ними [12];

- професійна спрямованість, тобто акцент на розвиток інформаційної компетентності в певній професійній сфері, виступає додатковим стимулом для свідомого та мотивованого навчання студентів;

- принципи формування професійної ІТ-мобільності та креативності в інформаційній освіті, що зумовлено швидким розвитком і різноманітністю цифрових технологій, а також їхніми численними, іноді ще не дослідженими можливостями в будь-якій професійній галузі. Це включає розвиток навичок швидкого самостійного освоєння та створення нових цифрових професійних технологій;

- принцип моделювання професійної діяльності в навчальному процесі сприяє розвитку навичок інформатичної професійної діяльності;

- принцип модульності в інформатичній освіті передбачає організацію змісту ІТ-дисциплін у вигляді цілісних навчальних модулів, кожен з яких орієнтований на

формування вмінь з проектування та створення конкретних інформатичних продуктів [12].

На нашу думку, при викладанні курсу «Методика викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти» слід брати до уваги специфіку викладання інформатики як загальноосвітньої дисципліни, яка в першу чергу пов'язана зі стрімким розвитком інформаційних технологій та систематичним оновленням програмного забезпечення, яке використовується у професійній діяльності:

- необхідність систематичного оновлення змісту інформатичних дисциплін, який водночас має залишатися професійно-орієнтованим. Наприклад, в процесі підготовці учителів інформатики потрібно орієнтуватися на зміст курсу інформатики у закладах середньої освіти, підбирати відповідні програмні засоби – тренажери, моделі тощо;

- необхідність систематичного оновлення набору програмних засобів, які мають бути опановані в процесі навчання. При цьому здобувачі освіти мають бути ознайомлені з різними типами програмних засобів – базами даних, засобами захисту даних, засобами комп'ютерної графіки та 3D моделювання, банківськими системами тощо;

- необхідність забезпечити випереджувальний характер підготовки фахівців, ураховуючи те, що здобувачі освіти прийдуть на робочі місця через 3-4 роки і повинні мати достатній обсяг знань і умінь, щоб працювати з наявним програмним забезпеченням. У психолого-педагогічній літературі зазначають, що здобувачам освіти важливо пояснювати фундаментальні засади роботи того чи іншого програмного забезпечення, логіку обробки даних певними типами програм, вчити загальним принципам цифровізації діяльності фахівців [13]. Крім того, для ефективної роботи з інформаційними технологіями важливо розвивати особистісні навички – уважність, уміння фокусуватися на виконанні завдань, уміння раціонально використовувати час, уміння правильно розставляти пріоритети [13].

- необхідність ураховувати цілком різний початковий рівень інформатичної підготовки здобувачів освіти, що приходять навчатися у заклад вищої освіти. Необхідно здійснювати певні кроки щодо вирівнювання рівня, шляхом запровадження додаткових курсів або гурткової роботи;

- необхідність забезпечення гармонійного поєднання вивчення теоретичних питань та отримання реальних практичних умінь, які необхідні на робочому місці.

Таким чином, на основі аналізу психолого-педагогічної літератури можна виокремити групи умінь в галузі інформаційних технологій, якими повинен володіти будь-який сучасний фахівець:

- інформатичні – здійснювати пошук інформації з фаху; оцінювати її релевантність; перевіряти надійність джерела інформації; аналізувати достовірність знайденої інформації; дотримуватися правил академічної доброчесності при використанні інформації або електронних ресурсів; знати й дотримуватися правових засад використання електронних ресурсів та інформації;

- технологічні – уміння встановлювати та налагоджувати програмне забезпечення, необхідне для виконання фахових завдань; використовувати електронні ресурси для реалізації фахових задач; створювати текстові документи, графічні засоби, електронні таблиці, бази даних тощо для професійних потреб; використовувати універсальні та спеціалізовані хмарні середовища; коректно використовувати системи комунікації та планування професійної діяльності;

- технічні – використовувати технічні пристрої, які використовуються у майбутній професійній діяльності.

Метою уведення курсу «Методика викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти» до освітньої програми підготовки магістрів є ознайомити

здобувачів освіти з теоретичними аспектами викладання інформатики у закладах вищої освіти, а також з практичними питаннями організації навчальних занять з інформатики.

Вивчення курсу зорієнтовано на формування таких компетентностей:

- Здатність забезпечувати здобуття освіти з інформатики державною мовою. Здатність формувати і розвивати мовно-комунікативні уміння та навички у здобувачів освіти

- Здатність моделювати зміст навчання інформатики. Здатність визначити мету, структурні компоненти освітньої і навчальної програми, програмні результати навчання. Здатність розробляти і оновлювати програму навчальної дисципліни або її складники, навчальні та методичні матеріали до них.

- Здатність проводити навчальні заняття та консультації, забезпечувати досягнення запланованих результатів навчання з урахуванням індивідуальних особливостей і потреб здобувачів освіти.

- Здатність формувати і розвивати у здобувачів освіти ключові компетентності та уміння, спільні для всіх компетентностей

- Здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати пошук і критично оцінювати інформацію, оперувати нею у професійній діяльності

- Здатність прогнозувати результати освітнього процесу. Здатність планувати і організовувати освітній процес. Здатність планувати, готувати і проводити освітні й наукові заходи.

- Здатність формувати ціннісні ставлення та мотивацію до навчання у здобувачів освіти.

- Здатність здійснювати оцінювання, аналіз та моніторинг результатів освітньої діяльності на засадах компетентнісного підходу. Здатність забезпечувати самооцінювання та взаємооцінювання результатів навчання здобувачів освіти. Здатність до розробки діагностичного інструментарію й контролю його якості.

На основі аналізу робочих програм методичних дисциплін з різних освітніх програм спеціальності 014.Середня освіта (інформатика) вважаємо доцільним визначити два модулі курсу, в яких розкрити як загальні питання організації викладання інформатичних дисциплін, так і методичні аспекти навчання інформатичних дисциплін в закладах вищої освіти.

Модуль 1. Загальні питання організації викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти.

Тема 1.1. Законодавчі вимоги викладання інформатики у закладах вищої освіти.

В рамках цієї теми слід розглянути Стандарт вищої освіти, закони України про вищу освіту, вимоги до сучасного викладача інформатики. Крім того, потребують обговорення освітня програма спеціальності, способи реалізації концепції «Навчання впродовж життя». Слід приділити увагу неперервному і поетапному навчанню інформатики у закладах вищої освіти, а також обговоренню питань, пов'язаних з місцем інформатичної підготовки у системі підготовки фахівця.

Тема 1.2. Документація викладача інформатики.

Зазначена тема зорієнтована на підготовку майбутнього викладача інформатичних дисциплін до формування документації та аналізу наявних документів - навчального плану освітньої програми, навчальної програми дисципліни, робочої програми та силабуса дисципліни. Слід обговорити питання, пов'язані із дотриманням заходів безпеки при роботі у комп'ютерному класі.

Тема 1.3. Дидактичні засоби викладання інформатики у закладах вищої освіти.

Вивчення цієї теми передбачає ознайомлення майбутніх викладачів з дидактичною підтримкою викладання інформатики у закладах вищої освіти, наявними підручниками з інформатики для здобувачів вищої освіти, інтерактивними технологіями

у закладах вищої освіти. Крім того, слід обговорити способи електронної підтримки викладання інформатики у закладах вищої освіти. Особливої уваги заслуговують питання, пов'язані зі специфікою навчання інформатики здобувачів закладів вищої освіти, які мають особливі освітні потреби.

Тема 1.4. Форми організації навчальних занять з інформатики

В рамках теми потрібно зосередити увагу на різних формах організації навчальних занять з інформатики, сформуванню розуміння специфіки лекційних занять з інформатики, лабораторних робіт та практичних робіт. Сформуванню умінь планувати навчальні заняття різних типів, розглянути види діяльності здобувачів на навчальному занятті.

Модуль 2. Методичні аспекти викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти.

Тема 2.1. Методи викладання інформатики у закладах вищої освіти

Зазначена тема зорієнтована на ознайомлення здобувачів з методами навчання інформатики у вищій школі, використанням технологій STEAM в закладах вищої освіти, шляхами організації проєктної діяльності. Крім того, слід розглянути специфіку організації дистанційної освіти у закладах вищої освіти та шляхів організації самостійної роботи здобувачів освіти

Тема 2.2. Методи оцінювання результатів навчальної діяльності здобувачів вищої освіти з інформатики.

Вивчення цієї теми передбачає ознайомлення з системою забезпечення якості освіти у закладах вищої освіти та проведенням контрольних заходів з інформатики у закладах вищої освіти. Слід розглянути способи проведення контрольних заходів, шляхи проведення модульного контролю, специфіка державної підсумкової атестації з інформатики. Особливої уваги заслуговує психолого-дидактичний аналіз помилок студентів, шляхи їх попередження і виправлення. Крім того, слід ознайомити з правилами дотримання академічної доброчесності у навчанні інформатики.

Тема 2.3. Шляхи підвищення кваліфікації викладача закладу вищої освіти.

В рамках цієї теми доречно розглянути шляхи та способи підвищення фахової майстерності викладача інформатики, проаналізувати зміст масових онлайн курсів з інформатичних дисциплін, ознайомити зі способами зарахування результатів вивчення масових курсів у навчальній дисципліні.

Висновки. Запропонований курс «Методика викладання інформатичних дисциплін у закладах вищої освіти» покликаний вирішити нагальні проблеми підготовки майбутніх викладачів інформатики до викладання інформатики як загальної дисципліни. Запропонований курс враховує як теоретичні аспекти, так і практичні питання організації навчальних занять з інформатики, спрямований на формування компетентностей у здобувачів освіти, включаючи професійну ІТ-мобільність, уміння працювати з сучасними цифровими інструментами та програмним забезпеченням. Курс побудований з на основі принципів фундаментальності, професійної спрямованості, формування професійної ІТ-мобільності та креативності, принципів моделювання та модульності.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Спирін О. М. Цифрова освіта. / В. Г. Кремень, ред. Енциклопедія освіти. 2-ге вид., допов. та перероб. Київ: Юрінком Інтер, 2021. С. 1096.
2. Сім навичок, які необхідні IT-професіоналам майбутнього, 2020. Ucode IT academy. URL: <https://ucode.world/7-navichok-yaki-neobhidni-it-profesionalam-majbutnogo/>
3. Дослідження: які IT-навички були найпопулярнішими у роботодавців в 2021 році, 2022. Український спектр. URL: <https://uaspectr.com/2021/12/30/yaki-it-navychky-buly-najpopulyarnishymy/>
4. Vuorikari, R., Kluzer, S. and Punie, Y., DigComp 2.2: The Digital Competence Framework for Citizens - With new examples of knowledge, skills and attitudes, EUR 31006 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022. DOI: <https://doi.org/10.2760/490274>
5. Шанідзе Н. О. Інформатизація освіти у світлі новітніх соціальнофілософських ідей. URL: http://repository.kpi.kharkov.ua/bitstream/KhPI-Press/5018/1/vestnik_NYuA_2013_6_Shanidze_Informatyzatsiia.pdf
6. Даниленко Л. І. Управління інноваційною діяльністю в загальноосвітніх навчальних закладах: монографія. Київ: Міленіум, 2004. 258 с.
7. Кориченко М. О. Управління загальноосвітнім навчальним закладом (методологічний аспект). URL : <http://referatu.net.ua/newreferats/7569/183824>
8. Добровольська А. М. Формування IT-компетентності майбутніх фахівців в межах реалізації моделі педагогічної системи. *Молодий вчений*. 2017. № 5 (45). С. 312-324.
9. Близнюк М. М. Інформаційні технології в навчанні прикладному та декоративному мистецтву. *Фізико-математична освіта*. 2016. Випуск 2 (8). С. 29-34.
10. Микитенко П. В. Теоретичні засади функціонування системи інформатичної підготовки майбутніх фахівців у галузі охорони здоров'я. *Наукові записки. Серія: Педагогічні науки*. 2021. Вип. 196. С. 136-141. DOI: <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2021-1-196-136-141>
11. Дзус С. Б. Інформатична підготовка майбутнього вчителя технологій як педагогічна проблема. *Науковий часопис Національного педагогічного університету імені МП Драгоманова*. Серія 5: Педагогічні науки: реалії та перспективи, 2015. Вип. 51. С. 104-108.
12. Інформаційні технології у вищій школі: Монографія / [Антонюк Д. С., Бойчук І. Д., Болотіна В. В., Болух В. А., Вакалюк Т. А., Жмурко О. І., Концедайло В. В., Коротун О. В., Литвинова С. Г., Мар'єнко М. В., Махомета Т. М., Медведєва М. О., Мінтій І. С., Мінтій М. М., Міщенко О. А., Осова О. О., Тихонова Т. В., Тягай І. М., Шевчук Б. В., Шевчук Л. Д., Яцишин А. В.] / за заг. ред. Вакалюк Т. А., Литвинової С. Г. Житомир: вид-во ФОП "О.О.Євенок", 2019. 364 с. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/718804/1/%D0%BC1.pdf>
13. Кравчук Г. Т. Принципи підготовки фахівців банківської справи до діяльності в умовах інформатизації фінансово-кредитної системи. *Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: зб. наук. праць*. Суми: УАБС НБУ, 2009. Вип. 25. С. 171-180. URL: https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/56205/1/Kravchuk_banking_specialists;jsessionid=A560D555B114EBC6FC3A4F7B93020F79

UDC 378.016:004

Content and structure of the course on the methodology of teaching informatics disciplines in higher education institutions

Nadiia Olefirenko, Yurii Hontar

Abstract. The article examines the pedagogical aspects of implementing the methodology course for teaching informatics disciplines in master's degree programs in informatics. It describes the structure and content of the Digital Competence Framework for Citizens (DigComp) introduced by the European Commission, as well as its practical application in education. The approaches to the informatics training of higher education students are analyzed. The principles and specifics of informatics as a general education discipline are defined. The content of the methodology course for teaching informatics disciplines is proposed, which is revealed through the topics of two content modules.

Keywords: informatics, methodology of teaching informatics disciplines, higher education institution.

References

1. Spirin, O. M. (2021). *Digital Education*. / V. G. Kremen, ed. Encyclopedia of Education. 2nd ed., revised and expanded. Yurinkom Inter, Kyiv, 1096. [in Ukrainian]
2. *Seven Skills Needed by IT Professionals of the Future*, 2020, Ucode IT Academy. [in Ukrainian]. <https://ucode.world/7-navichok-yaki-neobhidni-it-profesionalam-majbutnogo/>
3. *Research: Which IT Skills Were Most Popular Among Employers in 2021, 2022*, Ukrainian Spectrum. [in Ukrainian]. <https://uaspectr.com/2021/12/30/yaki-it-navychky-buly-najpopulyarnishymy/>
4. Vuorikari, R., Kluzer, S. and Punie, Y., *DigComp 2.2: The Digital Competence Framework for Citizens - With new examples of knowledge, skills and attitudes*, EUR 31006 EN, Publications Office of the European Union, Luxembourg, 2022. <https://doi.org/10.2760/490274>
5. Shanidze, N. O. *Informatization of Education in the Light of Modern Socio-Philosophical Ideas*. [in Ukrainian]. http://repository.kpi.kharkov.ua/bitstream/KhPI-Press/5018/1/vestnik_NYuA_2013_6_Shanidze_Informatyzatsiia.pdf
6. Danylenko, L. I. (2004). *Management of Innovative Activities in General Educational Institutions: Monograph*, Millennium, Kyiv. [in Ukrainian]
7. Korychenko, M. O. *Management of General Educational Institution (Methodological Aspect)*. [in Ukrainian]. <http://referatu.net.ua/newreferats/7569/183824>
8. Dobrovolska, A. M. *Formation of IT Competence of Future Specialists within the Framework of the Implementation of the Pedagogical System Model*, Young Scientist, 2017, **5** (45), 312-324. [in Ukrainian]
9. Blyzniuk, M. M. (2016). *Information Technologies in the Teaching of Applied and Decorative Arts*, Physical and Mathematical Education, **2** (8), 29-34. [in Ukrainian]
10. Mykytenko, P. V. (2021). *Theoretical Foundations of the Functioning of the Informatics Training System for Future Specialists in the Field of Healthcare*, Scientific Notes, Series: Pedagogical Sciences, **196**, 136-141. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2021-1-196-136-141>
11. Dzuz, S. B. (2015). *Informatics Training of Future Technology Teachers as a Pedagogical Problem*, Scientific Journal of the National Pedagogical University named after M. P. Drahomanov, Series 5: Pedagogical Sciences: Realities and Perspectives, **51**, 104-108. [in Ukrainian]
12. Antoniuk D. S., Boichuk I. D., Bolotina V. V., Bolukh V. A., Vakaliuk T. A., Zhmurko O. I., Kotsedailo V. V., Korotko O. V., Lytvynova S. H., Marienko M. V., Makhometa T. M., Medvedieva M. O., Mintii I. S., Mintii M. M., Mishchenko O. A., Osova O. O., Tykhonova T. V., Tiahai I. M., Shevchuk B. V., Shevchuk L. D., Yatsyshyn A. V. (2019). *Information Technologies in Higher Education: Monograph* / ed. by Vakaliuk T. A., Lytvynova S. H. FOP "O. O. Evenok" Publishing House, Zhytomyr. [in Ukrainian]. <https://lib.iitta.gov.ua/718804/1/%D0%BC1.pdf>
13. Kravchuk, H. T. (2009). *Principles of Training Banking Specialists for Activities in the Conditions of Informatization of the Financial and Credit System*, Problems and Prospects of Development of the Banking System of Ukraine: Collection of Scientific Papers, UABS NBU, Sumy, **25**, 171-180. [in Ukrainian]. https://essuir.sumdu.edu.ua/bitstream-download/123456789/56205/1/Kravchuk_banking_specialists;jsessionid=A560D555B114EBC6FC3A4F7B93020F79

Про авторів / About the authors

Надія Олефіренко, доктор педагогічних наук, професор, кафедра інформатики, Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди, вул. Алчевських, 29, м. Харків, 61002, Україна;

Nadiia Olefirenko, Doctor of Science in Pedagogy, Professor, Department of Informatics, H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, 29 Alchevskyh Str., Kharkiv, 61002, Ukraine;

Юрій Гонтар, магістрант, кафедра інформатики, Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди, вул. Алчевських, 29, м. Харків, 61002, Україна;

Yurii Hontar, Graduate Student, Department of Informatics, H. S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, 29 Alchevskyh Str., Kharkiv, 61002, Ukraine.

Отримано / Received 10.09.2024
Доопрацьовано / Revised 07.10.2024

УДК 373.5.091.33

Архітектура сучасного навчального посібника для вищої школи: від ідеї до реалізації

Володимир Заболотний¹, Наталія Мисліцька²

¹ Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, м. Вінниця, Україна
zabvlad@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-7866-6000>

² Комунальний заклад вищої освіти
«Вінницький гуманітарно-педагогічний коледж», м. Вінниця, Україна
mislitskay@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-1806-4737>

Анотація. В даній статті розглянуті проблеми проектування навчального посібника для вищої школи нового формату. На основі аналізу праць з теорії навчальної книги описано структурні компоненти посібника - текст і позатекстові компоненти, їх функції та нові підходи до їх проектування у зв'язку з новою парадигмою вищої освіти. Розглянуто основні вимоги до конструювання текстової компоненти посібника, зокрема дотримання загальнодидактичних принципів, специфіки навчальної дисципліни, врахування характеристик тексту (логічність викладу матеріалу, складність і трудність тексту, стиль). Детально описано структуру позатекстової компоненти посібника. Запропоновано новий формат посібника - друкований варіант з гіперпосиланнями у вигляді піктограм (введений нами різновид позатекстової компоненти), які є активними в його електронному аналозі і є мультимедійним супроводом різного рівня інтерактивності для ефективної організації навчальної діяльності студентів.

Ключові слова: шкільний фізичний експеримент, домашній експеримент, експериментальні завдання, навчання фізики.

1. Вступ

Структурно-змістова реформа вищої школи, надання самостійності університетам в реалізації ОП, введення нових державних освітніх стандартів вимагають створення надійного інформаційного базису вищої освіти і, перш за все, системи науково-методичних підходів до навчального книговидання.

В системі підготовки фахівця повинні створюватись комфортні умови для успішної соціалізації особистості через «занурення» майбутнього спеціаліста в культурне середовище, насичене активним інформаційним забезпеченням, з метою стимулювання

його інтелектуального розвитку через засвоєння стратегій пізнавальної діяльності засобами вузівської навчальної книги.

В останні роки приділяється значна увага багатьом проблемам вищої освіти, але недостатньо вивченим залишається питання про вузівську навчальну книгу. Актуальність даного питання пов'язана з існуванням двох проблем. Першою є те, що багато авторів сучасних навчальних підручників та посібників для вищої школи не ознайомлені з теорією підручника і тому не дотримуються усіх відповідних вимог до проектування навчальної книги. Друга проблема пов'язана з тим, що сучасний студент з його переважаючим «кліповим» мисленням потребує навчального посібника нового формату, який був би інтеграцією друкованого варіанта і електронного з розширеним мультимедійним супроводом.

2. Постановка проблеми

Розробкою теорії підручника і навчального посібника займались В.П.Беспалько, В.Н.Ванєєва, Д.Д.Зуєв, А.А.Леонтьєв, І.Я.Лернер, С.Г. Шаповаленко тощо. Питанням розробки сучасних шкільних підручників з фізики присвячені праці Л.Ю.Благодаренко, О.І.Ляшенко, М.Т.Мартинюка, Н.Л.Сосницької, М.І. Шута. Окремі аспекти розробки сучасного навчального посібника для вищої школи розглянуто у наукових публікаціях В.Ф.Заболотного, Б.А. Суся тощо.

В педагогічних публікаціях представлено низку означень «навчальна книга». Зокрема, в означенні С.Г.Шаповаленко навчальна книга є «... засобом для засвоєння основ наук, який призначений для навчання», одночасно – «резюме викладання наукових відомостей» [3].

Подібну позицію займає Д.Д.Зуєв. Він синтезує і конкретизує означення «... масова навчальна книга, в якій подається предметний зміст освіти і визначаються види діяльності, які призначені начальною програмою для обов'язкового засвоєння із врахуванням вікових та інших особливостей учнів» [1]. Відповідно до психолого-педагогічних вимог в останньому означенні визначені суттєві ознаки навчальної книги. Виділення «вікових та інших особливостей» важливо не лише для середньої школи, але й для вищої, оскільки вузівська література забезпечує реалізацію одного із основних положень дидактики вищої школи: неперервність послідовної підготовки студентів з конкретних дисциплін із врахуванням профілю майбутньої спеціальності.

Наведені означення розкривають дидактичне призначення навчальної книги як засобу навчання. Але впровадження компетентнісного підходу і розвиток інформаційних технологій вимагають уточнення підходів до розробки вузівської навчальної книги. Воно спрямоване на з'ясування ефективності начальної книги. Під дидактичною ефективністю розуміється «рівень реалізації визначених функцій, які узгоджені з ієрархією цілей і завдань» [2].

Метою даної статті є розгляд теоретичних аспектів проектування сучасного навчального посібника для вищої школи.

3. Основні результати

Навчальний посібник – це навчальне видання, яке частково або повністю замінює чи доповнює підручник і офіційно затверджене в якості даного виду видання.

Посібник є цілісною системою, яка утворена низкою структурних компонентів, що поділяються на два блоки: текст і позатекстові компоненти. В свою чергу тексти є сукупністю трьох складових: а) основний текст; б) додатковий текст; в) пояснювальний текст [1].

Позатекстові компоненти покликані обслуговувати текст, сприяючи повнішому засвоєнню предметних знань, які зафіксовані в посібнику; урізноманітнити види пізнавальної діяльності; допомагати у виробленні умінь і навичок самостійного пошуку знань і практичного їх застосування.

Виділяють наступні позатекстові компоненти: апарат організації засвоєння; ілюстративний матеріал; апарат орієнтування.

Системоутворюючим фактором, який об'єднує всі компоненти посібника в єдину систему, є основний текст, а саме логіка його подання. Ця логіка визначається специфікою дисципліни. Тому в процесі розробки замислу посібника, його структури важливо визначити місце навчальної дисципліни в навчальному плані.

У зв'язку з цим розглянемо наступну класифікацію навчальних дисциплін:

- 1) навчальні дисципліни з провідним компонентом «наукові знання» або основи наук (загальна та теоретична фізика, хімія, історія тощо);
- 2) навчальні дисципліни з провідним компонентом «види діяльності» (методика навчання фізики, хімії, іноземна мова, інформатика);
- 3) навчальні дисципліни з провідним компонентом «художня освіта і естетичне виховання».

Для кожного типу дисципліни характерний той чи інший принцип структурування: для першого перевага надається проблемному викладу тексту; другого – введення завдань різного характеру; третього – виділення ступеня оволодіння художньою діяльністю.

Розглянемо основні вимоги до конструювання текстової компоненти посібника. Відбір змісту повинен розглядатись відповідно до важливих загальнодидактичних принципів: науковості, наочності, системності, диференціації і індивідуалізації, професійної спрямованості.

Домінуючим началом, що мотивує автора навчального тексту до написання того чи іншого посібника, завжди має бути прагнення подати матеріал для студента якомога зрозуміліше і зі збереженням точності навчальної інформації. Слід зазначити, що новизна під час написання навчальних текстів полягає не у відкритті наукових істин, а в способі представлення відомих істин так, що вони були максимально зрозумілі студентам, швидко ними усвідомлювались та засвоювались.

Текст навчального посібника повинен відповідати таким критеріям: має забезпечувати адекватність, швидкість сприйняття студентами навчальної інформації, а також довготривале її запам'ятовування. На відміну від наукового тексту, він має бути більш детально структурований і академічний.

Як зазначав О.І.Маркушевич, «необхідно навчитись будувати посібник з двох частин, неоднакових за обсягом, значенням і технічним виконанням: основної, стабільної, яка покликана слугувати вищій школі досить тривалий термін, і додаткової, яка, за потреби, може бути вилучена і замінена іншою». Визначення кожної частини - це визначення так званих «ядра» і «оболонки» у змісті програми навчальної дисципліни.

Наступна проблема – це відбір наукового матеріалу. В дидактиці є принцип відбору наукового змісту до програми, який можна застосовувати в якості орієнтиру для відбору матеріалу до посібника[1]:

1. При відборі наукового матеріалу необхідно орієнтуватись на тип навчальної дисципліни, на її провідний компонент.
2. При конструюванні науково-предметного змісту слід орієнтуватись на цілісність його відображення в посібнику і дидактичний вияв цієї цілісності для студентів. Цілісність відображення різних елементів знання реалізується через їх склад і структуру. Наприклад, цілісність відображення структури природничо-наукової теорії

виявляється в описі всіх її елементів і зв'язків між ними. До того ж слід вказати об'єкт і предмет теорії, емпіричний базис, ідеальний об'єкт, застосування.

3. В процесі відбору предметного змісту варто враховувати його вікові можливості, тобто єдність предметних, світоглядних, історико-наукових, методологічних, оціночних знань.

Наступна проблема – це конструювання власне тексту. При цьому доцільно враховувати характеристики тексту: логічність викладу, складність і трудність тексту, стиль. Розуміння студентами навчального матеріалу в значній мірі залежить і від логічності викладу. Л.Я Зоріною виділено три типи зв'язків, які використовуються в текстах: формально-логічні, змістово-логічні, структурно-функціональні.

Формально-логічні зв'язки забезпечують зв'язок між фрагментами тексту. Ці зв'язки використовуються в тексті, якщо студентові необхідно прослідкувати логіку доведення того чи іншого факту, слідуючи за міркуваннями автора. Ці зв'язки не варто замінювати словами «легко довести», «отже», «очевидно» тощо, оскільки очевидне для автора не завжди є таким для студента.

Змістовно-логічні зв'язки забезпечують логіку розгортання тексту. Вони пов'язують між собою окремі речення, абзаци і підпараграфи. Це зв'язки типу «як зазначалось вище...», «наведемо деякі приклади...», «виходячи з... можна стверджувати» тощо. Таким чином, змістовно-логічні зв'язки повинні проходити крізь весь текст, адже саме вони пов'язують між собою параграфи, теми, розділи, створюючи у свідомості студента цілісне уявлення про предмет вивчення.

Структурно-функціональні зв'язки проявляються між однорідними і різнорідними елементами сукупності знань. Вони забезпечують цілісність системи знань у свідомості студента. Наприклад, це зв'язки між законами, які пов'язують поняття, між фактами і постулатами, між постулатами і наслідками тощо. Щодо проблеми складності тексту, то розрізняють три види текстів за цією ознакою:

1) тексти, в яких необхідно усвідомити зміст слів і висловлювань за умови, що всі зв'язки між ними описані автором тексту. В цьому випадку складність тексту зумовлена кількістю даних, між якими слід встановити опис зв'язку, і кількістю зв'язків, які використані автором. Читачеві залишається лише виявити зміст слів і висловлювань, в яких втілені дані і зв'язки між ними, тобто зрозуміти текст;

2) тексти, в яких автор не розкриває смислових зв'язків, передбачаючи, що вони відомі читачеві. Сам читач має відновлювати в пам'яті ці зв'язки;

3) тексти, які характеризуються тим, що читачеві доводиться самостійно встановлювати (а не відновлювати в пам'яті) зв'язки шляхом розгортання низки розумових операцій, суджень, тобто таку ж діяльність, яку він виконує під час розв'язування задач.

Позатекстові компоненти є другим великим блоком в структурі посібника. Вони покликані обслуговувати текст, сприяючи повнішому засвоєнню предметних знань, які зафіксовані в посібнику; урізноманітнити види пізнавальної діяльності; допомагати у виробленні умінь і навичок самостійного пошуку знань і практичного їх застосування.

Розглянемо структуру цього блоку. Апарат організації засвоєння включає питання і завдання, таблиці, інструктивні матеріали, виділення, підписи під ілюстраціями, вправи, задачі, завдання для практичних і семінарських завдань. Існують різні підходи до класифікації запитань і завдань. Зокрема, Зуєв Д.Д. поділяє їх за метою діяльності на три групи:

- питання (завдання), які виконують функцію закріплення (репродуктивне відтворення вивченого, первинне осмислення фактів, понять, формування умінь);

- питання (завдання), які виконують функцію оволодіння методами логічного мислення (самостійний аналіз, синтез, узагальнення, формулювання висновків);

- питання (завдання), які потребують творчого застосування знань (виконання самостійних робіт, оволодіння уміннями застосування знань в нових ситуаціях).

Таблиці – структурний елемент, який призначений співставити поняття, слова, цифри шляхом візуального розташування, забезпечуючи цим глибоке і усвідомлене засвоєння змісту на основі його систематизації, узагальнення порівняння.

Ще одним елементом є ілюстративний матеріал, який може бути представлений ілюстраціями, схемами, кресленням, планами, діаграмами, графіками. Ілюстрації за своїм призначенням можуть бути трьох груп:

- ілюстрації, які розкривають зміст і замінюють основний текст;
- ілюстрації, рівнозначні тексту;
- ілюстрації, які обслуговують текст і позатекстові компоненти.

Пізнання інформації з посібника, в якому використаний ілюстративний матеріал, протікає за трьома напрямками:

1. Шляхом попереднього ознайомлення студентів з наочним зображенням об'єкта, який вивчається, в подальшій практичній діяльності. До того ж не виключена можливість звернення до тексту як пояснювального додаткового матеріалу.

2. Шляхом одночасної роботи з текстом і ілюстраціями, які органічно пов'язані одне з одним і в однаковій мірі необхідні для пізнання.

3. Шляхом роботи над текстом з використанням ілюстрацій як доповнення, уточнення, роз'яснення текстового матеріалу, цим самим роблячи матеріал доступним і цікавим для сприйняття.

Д.Д.Зуєвим ілюстративний матеріал класифікується залежно від відношення до тексту за трьома групами: провідний, рівнозначний, обслуговуючий.

Під апаратом орієнтування розуміється сукупність позатекстових компонентів, які цілеспрямовано орієнтують студента у змісті і структурі посібника, створюючи вихідні умови для роботи з ним. Апарат орієнтування включає зміст, передмову, вступ, післямову, рубрикації, вказівники, бібліографію, символи орієнтування, колонтитули.

Передмова – це дидактична вимога, яка сприяє більш ефективному використанню вузівського видання, культурі читання і самостійній роботі. Мета передмови – охарактеризувати місце і роль даного видання в навчально-виховному процесі з даної навчальної дисципліни. У передмові слід зазначити:

- мету даного видання (розширений конспект лекцій, для практичних і лабораторних робіт, самостійного опрацювання тощо);
- читацьке спрямування видання (для студентів якого інституту, факультету, курсу, напряму підготовки чи спеціальності, спеціалізації, форми навчання);
- тип (вид) видання і його місце в системі інших видань;
- методичні рекомендації щодо використання;
- загальну характеристику (особливості і правила ефективного використання).

Слід запобігати отожднюванню вступу з передмовою. Вступ є складовою частиною твору, тоді як передмова – всього видання вузівського посібника. Вступ включає три основні складові: зачин, предметна (змістова) характеристика відповідної навчальної дисципліни, кінцівка-перехід до основної частини. Предметна характеристика включає три компоненти: теоретичну, історичну і методичну.

Післямова включає узагальнення навчального матеріалу, основні висновки, рекомендації щодо подальшого вивчення і прогнозування розвитку навчальної дисципліни.

В теорії конструювання навчальної книги існують два напрями її формування, які покликані допомогти читачеві засвоїти прочитане. Перший напрямок забезпечує спокійне, зосереджене читання і з цієї точки зору краще таке оформлення, яке читач «ніби не помічає», тобто відходить на другий план. Другий напрямок передбачає такий

підхід, при якому сама конструкція книги бере на себе функцію управління читанням і засвоєнням прочитаного. В цьому випадку автор повинен віднайти такі прийоми, які б привернули увагу читача на той чи інший розділ тексту, орієнтували б у тексті тощо.

Нова парадигма вищої освіти спрямована на фундаменталізацію освіти, що стимулює зростання бази знань, впровадження нових технологій навчання для підвищення ефективності підготовки спеціаліста, інтенсифікацію самостійної роботи студентів. Всі ці нововведення зумовлюють необхідність розробки нових вимог до змістової частини навчального процесу, і відповідно, до змісту навчального посібника.

Структурування теоретичного матеріалу будь-якої дисципліни переслідує дидактичну мету створення системи наукових знань у студентів. Тому класичний посібник зазвичай конструювався за традиційною схемою організації навчальної дисципліни: спочатку виклад теорії з відповідного курсу, в кінці – контрольні запитання і задачі. В деяких розділах у структурі теоретичного матеріалу розглядалися приклади його застосування. Це так звана лінійна структура посібника. При такому конструюванні посібника існує ймовірність засвоєння фрагментарних знань, виникають труднощі щодо його втілення в уміння, оскільки така структура дає можливість студенту обмежитись вивченням лише теоретичної частини.

Навчальний посібник нового формату відрізняється за змістом, який відповідає освітньо-професійній програмі підготовки фахівця і стилю мислення сучасного студента.

Навчальний матеріал структуровано так, щоб сформувані у студента особистий тезаурус, розвинути ті чи інші прийоми, методи і способи застосування знань. Пропонується комбінована (розгалужена) структура посібника.

Нами виокремлено загальні вимоги до навчального посібника нового формату[1]:

1. Наукова глибина і практична конкретність.
2. Відповідність основним напрямам і результатам наукової думки, її сучасному стану.
3. Відповідність вимогам ОП підготовки фахівця.
4. Дидактичний рівень навчального посібника, тобто доступність, здатність доповнювати лекційні і практичні заняття, стимулювати самостійну роботу.
5. Посібник повинен вписуватись в наукову і педагогічну концепцію викладача.
6. Посібник має задовольняти існуючій системі організації навчального процесу, так і перспективі.
7. Структура посібника розгалужена за рахунок позатекстової компоненти. Позатекстова компонента доповнюється ще одним блоком – мультимедійним супроводом різного рівня інтерактивності, який активний в електронному варіанті посібника.
8. Максимальна візуалізація навчального матеріалу, яка сприяє навчанню мислити системно, структуровано сприймати інформацію, розвивати уяву, концептуалізує знання, дає розуміння і відчуття їх повноти.
9. Систематизована проблемність подання навчального матеріалу, яка розвиває творчість, сприяє глибині розуміння, мотивує опрацювання інформації.
10. Концептуальна цілісність – виділення головного і другорядного, причин і наслідків, логіка заглиблення і конкретизації знань.
11. Варіантність – можливість вибору варіантів засвоєння курсу згідно поставленої мети: отримання загального уявлення, коригування наявних знань, систематизація, практика знань, оволодіння основами знань, глибина засвоєння питань дисципліни.
12. Термінологічна чіткість і систематизований глосарій.
13. Нормована «трудомісткість» засвоєння матеріалу.

Сучасний посібник – це перш за все інструмент організації навчальної діяльності студентів. Посібник має бути орієнтований на технологію поетапного освоєння і поглиблення знань, в посібнику слід враховувати методологію системного засвоєння знань. Велике значення має наявність опорних схем, таблиць, які навчають виділяти головне, будувати концептуальну конструкцію знань. В ньому повинні бути наявні три складові: дидактика, психологія, методика. Перша складова представляє фундаментальні знання з дисципліни. Друга складова реалізується забезпеченням відповідності змісту віковим і психологічним особливостям студента, оскільки вони відрізняють у студентів молодших і старших курсів. Методично грамотно організований посібник оснащений таким апаратом, який надає можливість викладачу організувати різні види діяльності студентів - репродуктивне відтворення матеріалу, активна участь у діловій грі, дискусії тощо. Зміна видів діяльності – читання тексту, робота з додатковим матеріалом, з презентацією, ілюстрацією, відеофрагментами – необхідні засоби реалізації третьої складової посібника.

В світлі реформи вищої освіти слід враховувати вимоги на навчальні видання для різних освітньо-кваліфікаційних рівнів. В основі підготовки посібників для бакалаврів з дисциплін, які формуються переважно за системами наук, лежить принцип предметності. Їх структура відповідає традиційній структурі класичних посібників, в яких дотримуються принципи поступальності і циклічності викладу матеріалу. Але новизною має бути наявність мультимедійного супроводу, що надає навчальному процесу системності, логічності і завершеності.

В основі підготовки навчальних видань для магістрів має бути закладений діяльнісний принцип: автору доцільно відбирати наукову і професійно спрямовану інформацію, систематизувати, структурувати її, враховуючи потреби конкретного виду і форми діяльності майбутнього фахівця.

Під час проектування і написання навчальних посібників для магістрів слід враховувати рівень їх підготовки: фундаментальну базову підготовку, знання іноземної мови, можливість реалізації індивідуального навчання, здатність до самонавчання і саморозвитку, міждисциплінарний характер навчання.

Авторам посібників для магістрів доцільно суміщати лінійні і циклічні способи подання матеріалу з обов'язковим мультимедійним супроводом різного рівня інтерактивності.

Висновки. Таким чином, для забезпечення якості навчання у вищій школі під час розробки навчальної літератури авторам доцільно враховувати: теоретичні положення теорії підручника, нові підходи до підготовки фахівців, можливості інформаційного середовища для розширення обсягу навчального матеріалу та організації навчальної діяльності студентів. Вище зазначене зумовлює необхідність активного включення викладачів вищої школи до розробки посібників нового формату.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють, що не мають конфліктів інтересів. Автори також заявляють про повне дотримання всіх правил етики журнальних досліджень, а саме щодо анонімності участі людей та/або згоди на публікацію.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Мисліцька Н. А. Організація фахової підготовки майбутнього учителя фізики з використанням методичної пропедевтики: монографія. Вінниця: Нілан-ЛТД, 2018. 308 с.

2. Мисліцька Н. А., Заболотний В. Ф. Методичний інструментарій викладача в організації вивчення фізики. *Збірник праць Бердянського педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки.* Вип.1. Бердянськ: БДПУ, 2018. С. 24-31.

3. Мисліцька Н. А., Заболотний В. Ф. Методичний інструментарій учителя і викладача фізики: навч.-метод.посібник. Вінниця: Нілан-ЛТД, 2017. 189 с.

UDC 373.5.091.33

The architecture of a modern study guide for higher education: from idea to implementation

Volodymyr Zabolotnyi, Natalya Mislitska

Abstract. This article deals with the problems of designing a textbook for higher school of the new format. Based on the analysis of works on the theory of the textbook describes the structural components of textbook - text and extra-textual components, their functions and new approaches to their design for a new paradigm of higher education. The basic requirements for the design of the text component benefits, namely compliance with general didactic principles, specific features of the discipline - taking into account the characteristics of the text (logical presentation of materials, complexity and difficulty of the text style). It described in detail the structure of the components extra-textual components. A new format of textbook is benefits - a printed version with hyperlinks as thumbnails (the variant extra-textual komonenta), which are activated in its electronic counterpart is multimedia support different levels of interactivity for the effective organization of learning activities of students.

Keywords: educational books, manuals of the new format, design textbook, text, extra-textual components, multimedia support, academic discipline, higher education, professional training.

References

1. Myslitska, N. A. (2018). *Organization of professional training of the future physics teacher using methodical propaedeutics*: monograph, Nilan-LTD, Vinnytsia. [in Ukrainian]
2. Myslitska, N. A., Zabolotny, V. F. (2018). *The teacher's methodological toolkit in the organization of studying physics*, Proceedings of the Berdyansk Pedagogical University. Series: Pedagogical sciences, BDPU, Berdyansk, **1**, 24-31. [in Ukrainian]
3. Myslitska, N. A., Zabolotny, V. F. (2017). *Methodical toolkit of physics teacher and lecturer: teaching method manual*, Nilan-LTD, Vinnytsia. [in Ukrainian]

Про авторів / About the authors

Володимир Заболотний, доктор педагогічних наук, професор, кафедра фізики і методики навчання фізики, астрономії, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Volodymyr Zabolotnyi, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of physics and teaching methods of physics, astronomy, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Наталія Мисліцька, доктор педагогічних наук, професор, кафедра науково-природничих та математичних дисциплін, Комунальний заклад вищої освіти «Вінницький гуманітарно-педагогічний коледж», вул. Нагірна, 13, м. Вінниця, 21019, Україна;

Natalya Mislitska, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor, Department of scientific, natural and mathematical disciplines, Communal institution of higher education «Vinnytsia Humanitarian and Pedagogical College», 13 Nagirna Str., Vinnytsia 21019, Ukraine.

Отримано / Received 21.09.2024
Доопрацьовано / Revised 09.10.2024

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

МАТЕМАТИКА, ІНФОРМАТИКА, ФІЗИКА:
НАУКА ТА ОСВІТА

електронний науковий журнал

Том 1, № 2

Видавець:

Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції

серія ДК No 7482 від 19.10.2021 р.

21001, м. Вінниця, вул. К. Острозького, 32

Тел.: (0432) 61-28-12, 38 (097) 26-30-366

e-mail: info@vspu.edu.ua

<http://www.vspu.edu.ua>

Підписано до публікації 17.10.2024 р.

Гарнітура Times New Roman

Ум. друк. арк. 5,4